La Lógica de la Verdad

Damián E. Szmuc

UBA

26 de Mayo de 2014
Clase 11

Estructura de la clase

- Primera Parte
  4. El Regreso del Metalenguaje
  5. Revanchas
- Segunda Parte
  Apéndice Axiomatizaciones

4. El Regreso del Metalenguaje

- Uno de los principales problemas de la teoría de Kripke es la discordancia de ciertas evaluaciones teóricas y los dictámenes internos de la teoría en lo que respecta al valor semántico de ciertas oraciones.
- Kripke afirma que la oración del Mentiroso (entre otras oraciones infundadas, podríamos decir) no es ni verdadera ni falsa, implicando por medio de dicha afirmación que el contenido de la afirmación es verdadero.
- Podemos expresar esa idea mediante la oración 1O, recordando que M es nuestra oración del Mentiroso.

$$\textbf{(1O)} \quad \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

4. El Regreso del Metalenguaje

$$\textbf{(1O)}\ \ \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

- Por tanto, si la teoría dictaminara internamente que el valor semántico de 1O (i.e. de la construcción formal que expresa la tesis de que el Mentiroso no es ni verdadero ni falso), no es 'verdadero', sino otro valor semántico, estaríamos ante un grave desfasaje. Lamentablemente, este es el caso.

- Dado que de acuerdo a la teoría de Kripke la oración M tiene valor semántico indeterminado, su negación también lo tiene, y también tienen valor indeterminado tanto la disyunción que figura en 1O como su negación (i.e. 1O misma). En conclusión, una tesis que debiera ser juzgada verdadera por la teoría, es catalogada como indeterminada.

4. El Regreso del Metalenguaje

$$\textbf{(1O)} \quad \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

- Para comprender esta discordancia contamos, en primer término, con la explicación que Kripke provee, basada en **una nueva manera de interpretar la división lenguaje–metalenguaje.**

- Esta división, sin embargo, no es análoga a la abrazada por Tarski, que refería a una asimetría en poder expresivo (para quien hay oraciones que no se pueden formular en el lenguaje objeto, y sólo se pueden formular en el metalenguaje; por caso la oración del Mentiroso).

- La división de Kripke refiere a los valores semánticos que ciertas oraciones reciben, de manera diferenciada, en el lenguaje y el metalenguaje.

4. El Regreso del Metalenguaje

$$\textbf{(1O)} \;\; \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

- En la teoría de Tarski, dado que el lenguaje objeto forma parte del metalenguaje, si una oración del lenguaje (objeto) tiene valor semántico alguno, tendrá el mismo valor semántico en el metalenguaje –considerada como oración de aquel.
- En la teoría kripkeana, en cambio, el hecho de que una oración sea verdadera depende de si la contamos como parte del lenguaje o del metalenguaje.
- Si bien toda oración que tenga algún valor semántico tendrá el mismo valor semántico cuando sea considerada como oración del metalenguaje, la afirmación conversa no es cierta.
- Existen oraciones que tienen valores semánticos clásicos sólo cuando son consideradas como oraciones de metalenguaje, y no tienen valores semánticos clásicos cuando son consideradas como oraciones del lenguaje objeto. Nuestra oración **1O** es el caso testigo de este fenómeno.

4. El Regreso del Metalenguaje

$$\textbf{(1O)}\ \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

- En cuanto a la interpretación filosófica o conceptual de esta división, Kripke sostiene que refleja la diferencia entre nociones que pertenecen al lenguaje (verdad, falsedad) y nociones que pertenecen al metalenguaje (indeterminación semántica o infundación, paradojicidad, etc.).

- Considera intuitivo que las nociones de infundación, paradojicidad, etc. no se encuentran en el discurso ordinario, ni en el lenguaje natural que usamos cotidianamente, y argumenta, por lo contrario, que sólo aparecen cuando reflexionamos sobre nuestro lenguaje y su semántica.

4. El Regreso del Metalenguaje

$$\textbf{(1O)} \ \neg(Tr('M') \vee Tr('\neg M'))$$

- Una manera alternativa de comprender la discordancia entre la verdad 'intuitiva' de 1O y su indeterminación según la teoría de Kripke, hace énfasis en la falta de disponibilidad de una nueva negación '$\#$': una negación que, cuando se aplique a algo falso o indeterminado dé como resultado algo verdadero, y cuando se aplique a algo verdadero dé como resultado algo falso.

- Si tuviéramos esta negación (al menos si esta fuese la negación que constituye la conectiva principal de 1O), la oración 1O sería verdadera, eliminando el problema anterior. Pero el costo de esta solución es que, de contar con una conectiva tal, el esquema de valuación resultante no sería monótono. Esto obstaculizaría la obtención de la construcción de punto fijo que constituye el centro de atención de la teoría de Kripke, y que tantas motivaciones ofrece para abandonar el enfoque de jerarquías

5. Revanchas (I)

- Otra de las malas noticias para la teoría kripkeana es la existencia de un fenómeno de infundación, usualmente conocido como revancha: consiste en el surgimiento de una paradoja desde las entrañas de la solución a un problema de infundación previo, es decir, a partir de las nuevas categorías semánticas (o bien, de la categorías de oraciones que no cuentan con ninguno de los valores semánticos clásicos) creadas con la finalidad de solucionar anteriores problemas de infundación.

- En el caso de la teoría de Kripke, el valor semántico 'indeterminado' fue creado con la finalidad de clasificar a las oraciones que no son ni verdaderas, ni falsas (por ejemplo la oración del Mentiroso, entre otras). Con esa solución en mente y –algo no menor– considerando previamente que poseemos con un predicado *Ind* que nos sirve para representar apropiadamente a las oraciones que tienen valor semántico indeterminado, en el contexto del sistema resultante es posible elaborar una nueva oración infundada, que llamaremos **1P**, cuya denominación usual es 'El Mentiroso Reforzado'.

$$\textbf{(1P)}\quad \neg Tr('1P') \vee Ind('1P')$$

5. Revanchas (I)

1P es una oración infundada

- En Kleene Fuerte: no puede ser ni verdadera, ni falsa, ni indeterminada. (**Pregunta:** **¿Por qué?**)

5. Revanchas (I)

1P es una oración infundada

- En Kleene Fuerte: no puede ser ni verdadera, ni falsa, ni indeterminada. (**Pregunta: ¿Por qué?**)
- En Kleene Débil: ... ¿qué pasa?

$$\textbf{(1P)}\ \ \neg Tr('1P') \vee Ind('1P')$$

5. Revanchas (I)

$$\textbf{(1P)}\ \neg Tr('1P') \vee Ind('1P')$$

Si volvemos a Kleene Fuerte, entonces

⇒ **1P** es una oración infundada que no puede ser ni verdadera, ni falsa, ni indeterminada.

- para clasificar a la oración 1P como infundada y con valor semántico no clásico, pero distinto del (ahora 'primer') valor de verdad indeterminado, deberemos concebir una teoría que la catalogue como 'indeterminada2', donde esta última categoría semántica incluye sólo a las oraciones que no son verdaderas, ni falsas, ni indeterminadas.

- El problema está a la vista: de este modo se genera una jerarquía de valores de verdad. Algo sumamente indeseable para quienes, escapando a las jerarquías semánticas elaboradas por Tarski, vislumbraron la teoría kripkeana como una salida plausible.

5. Revanchas (II)

- Cuando nos referimos anteriormente a la imposibilidad de contar con una negación que fuera como la negación clásica, pero **que diera como resultado algo verdadero cuando negara algo falso o indeterminado**, mencionamos que dicha conectiva volvería un esquema no monótono al esquema de valuación que la contuviera.

- Por otra parte, debemos decir también que la disponibilidad de una conectiva tal implicaría la posibilidad de generar un equivalente a la revancha presentada anteriormente para la teoría de Kripke, ahora en la forma de la oración 1Q

$$\textbf{(1Q)} \;\; \# Tr('1Q')$$

5. Revanchas (II)

$$\textbf{(1Q)} \;\; \# Tr('1Q')$$

- Supongamos que 1Q es verdadera: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también lo sería, por corrección, y luego la nueva negación dictaminaría que $\# Tr(`1Q')$ (i.e. 1Q misma) es falsa, incurriendo en una contradicción con el supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser verdadera.

5. Revanchas (II)

(1Q) $\# Tr('1Q')$

- Supongamos que 1Q es verdadera: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también lo sería, por corrección, y luego la nueva negación dictaminaría que $\# Tr(`1Q')$ (i.e. 1Q misma) es falsa, incurriendo en una contradicción con el supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser verdadera.
- Supongamos que 1Q es falsa: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también sería falsa, y por tanto arrojaría el resultado de que $\# Tr(`1Q')$ es verdadera, llevándonos a contradecir lo que habíamos supuesto inicialmente. Por tanto, 1Q no puede ser falsa.

5. Revanchas (II)

$$\textbf{(1Q)} \;\; \# Tr('1Q')$$

- Supongamos que 1Q es verdadera: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también lo sería, por corrección, y luego la nueva negación dictaminaría que $\# Tr(`1Q')$ (i.e. 1Q misma) es falsa, incurriendo en una contradicción con el supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser verdadera.
- Supongamos que 1Q es falsa: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también sería falsa, y por tanto arrojaría el resultado de que $\# Tr(`1Q')$ es verdadera, llevándonos a contradecir lo que habíamos supuesto inicialmente. Por tanto, 1Q no puede ser falsa.
- Supongamos que 1Q es indeterminada: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también sería indeterminada, por lo que la negación $\#$ daría como resultante que $\# Tr(`1Q')$ es verdadera, lo cual contradice nuestro supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser indeterminada.

5. Revanchas (II)

$$\textbf{(1Q)} \;\; \# Tr('1Q')$$

- Supongamos que 1Q es verdadera: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también lo sería, por corrección, y luego la nueva negación dictaminaría que $\# Tr(`1Q')$ (i.e. 1Q misma) es falsa, incurriendo en una contradicción con el supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser verdadera.
- Supongamos que 1Q es falsa: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también sería falsa, y por tanto arrojaría el resultado de que $\# Tr(`1Q')$ es verdadera, llevándonos a contradecir lo que habíamos supuesto inicialmente. Por tanto, 1Q no puede ser falsa.
- Supongamos que 1Q es indeterminada: si así fuera, $Tr(`1Q')$ también sería indeterminada, por lo que la negación $\#$ daría como resultante que $\# Tr(`1Q')$ es verdadera, lo cual contradice nuestro supuesto inicial. Por tanto, 1Q no puede ser indeterminada.

$\Rightarrow$ En conclusión, si contáramos con la 'nueva' negación $\#$, existiría una oración del tipo de 1Q que no puede ser ni verdadera, ni falsa, ni indeterminada.

5. Revanchas (II)

$$\textbf{(1Q)} \quad \# Tr('1Q')$$

- En conclusión, si contáramos con la 'nueva' negación #, existiría una oración del tipo de 1Q que no puede ser ni verdadera, ni falsa, ni indeterminada.

- La imposibilidad de contar con una conectiva tal, entonces, ilustra cabalmente un impedimento de la teoría de la verdad de Kripke: la imposibilidad –nuevamente, no se trata de una prohibición– de lograr un lenguaje semánticamente cerrado. La esperanza de lograr un lenguaje tal permanece en el horizonte para los lógicos y filósofos, y motiva investigaciones crecientes en complejidad, profundidad e interés.

- De estos intentos, los más relevantes serán desarrollados en los capítulos siguientes.