Lógica I
Guía de Ejercicios

Natalia Buacar, Federico Pailos, Lavinia Picollo, Lucas Rosenblatt, Diego Tajer

Editado por Lavinia Picollo

Índice

Los ejercicios de esta guía pueden estar precedidos por ninguno, uno o dos asteriscos. A menos que su docente indique algo diferente, los primeros son ejericios básicos que usted debería poder resolver. Recomendamos enfáticamente que los haga. Los ejercicios marcados con un asterisco son de mayor dificultad, de carácter opcional, aunque sería bueno que los hiciera. Los ejercicios precedidos por dos asteriscos son de mucha dificultad. No se preocupe si no le salen, son sólo para entusiastas y requieren tiempo.

Algunos programas de lectura de .pdf permiten hiperlinks. Si utiliza uno de ellos, los títulos en la tabla de contenidos lo llevaran a las secciones y subsecciones correspondientes, las manos escribiendo—✍—al final de cada enunciado lo llevarán a su solución correspondiente, las bicicletas—🚲—lo llevarán de vuelta al enunciado y los signos de información—ℹ—al punto anterior que se ha empleado para la resolución de un ejercicio.

0. Argumentos en el lenguaje natural

0.1. Reconocimiento de argumentos

Para hacer los ejercicios de esta sección vea Gamut [2, §1.1].

1. (*) Dados los siguientes fragmentos, determine si contienen o no argumentos. Si su respuesta es afirmativa, identifique la conclusión principal. ✍

    1) Todos los hombres por naturaleza desean saber. Señal de ello es el amor a las sensaciones. Éstas, en efecto, son amadas por sí mismas, incluso al margen de su utilidad y más que todas las demás, las sensaciones visuales. (...) La razón estriba en que ésta es, de las sensaciones, la que más nos hace conocer y muestra múltiples diferencias.[1]

    2) Las grandes cosas del pasado, aquellas que entusiasmaban a nuestros padres, no levantan en nosotros el mismo ardor, ya porque son de uso común hasta el punto de hacérsenos inconscientes, ya porque han dejado de responder a nuestras aspiraciones actuales; y con todo, todavía no ha surgido nada que las sustituya. Ya no podemos apasionarnos por los principios en cuyo nombre el cristianismo pedía a los amos que trataran con humanidad a sus esclavos, y, por otro lado, la idea que nos proporciona de la igualdad y de la fraternidad humana nos parece en la actualidad que brinda un juego de desigualdades injustas. Su piedad por los humildes nos parece demasiado platónica; desearíamos otra que fuera más eficaz, pero todavía no vemos con claridad en qué debe consistir ni cómo se podrá traducir en hechos. En una palabra, los antiguos dioses envejecen o mueren, y todavía no han nacido otros.[2]

    3) La solución de las mismas oposiciones teóricas sólo es posible de modo práctico, sólo es posible mediante la energía práctica del hombre y (. . .), por ello, su solución no es, en modo alguno, tarea exclusiva del conocimiento, sino una verdadera tarea vital que la filosofía no pudo resolver precisamente porque la entendía únicamente como tarea teórica.[3]

    4) Preservar la propia felicidad es un deber, al menos indirectamente; pues el descontento con la propia condición, junto a la presión de las preocupaciones y necesidades insatisfechas, puede convertirse fácilmente en una gran tentación para transgredir los deberes.[4]

[1]Aristóteles, *Metafísica.*
[2]Durkheim, *Las formas elementales de la vida religiosa.*
[3]Marx, *Manuscritos económicos y filosóficos.*
[4]Kant, *Fundamentación de la Metafísica de las Costumbres.*

5) Puesto que la felicidad consiste en la paz del espíritu, y puesto que la paz durable del espíritu depende de la confianza que tengamos en el futuro, y puesto que la confianza se basa en la ciencia que debemos tener acerca de la naturaleza de Dios y el alma, se sigue que la ciencia es necesaria para la verdadera felicidad.[5]

6) Naturalmente, si uno de ustedes asesina a alguien, es asunto suyo, pero también es asunto del muerto, por lo que no puede poner objeciones cuando otros le pidan cuentas de su acción.[6]

7) Parece incluso que, sin otra dificultad, es arduo ya el tener que ocuparse de la manera como hay que tratar a los sometidos. Si se les deja sueltos se insolentan y se creen dignos de los mismos derechos que sus señores; si llevan una vida miserable, conspiran y odian.[7]

8) Pero lo que necesito notar para mi objeto es que la revolución, excepto en su símbolo exterior, independencia del Rey, era sólo interesante e inteligible para las ciudades argentinas, extraña y sin prestigios para las campañas. En las ciudades había libros, ideas, espíritu municipal, juzgados, derecho, leyes, educación, todos los puntos de contacto y de mancomunidad que tenemos con los europeos; había una base de organización, incompleta, atrasada, si se quiere; pero precisamente porque era incompleta, porque no estaba a la altura de lo que ya se sabía que podía llegar, se adoptaba la revolución con entusiasmo. Para las campañas, la revolución era un problema; sustraerse a la autoridad del Rey era agradable, por cuanto era sustraerse a la autoridad. La campaña pastora no podía mirar la cuestión bajo otro aspecto. Libertad, responsabilidad del poder, todas las cuestiones que la revolución se proponía resolver eran extrañas a su manera de vivir, a sus necesidades. Pero la revolución le era útil en este sentido: que iba a dar objeto y ocupación a ese exceso de vida que hemos indicado y que iba a añadir un nuevo centro de reunión, mayor al circunscripto a que acudían diariamente los varones en toda la extensión de las campañas.[8]

2. (**) En los siguientes razonamientos, reconozca premisas y conclusión. Opine a simple vista si los argumentos le parecen válidos. ✍

1) Hallamos en cosas algunas que pueden ser o no ser; puesto que hallamos algunas que son generadas y corrompidas y, por tanto, pueden ser o no ser.

   Ahora bien, es imposible que todas las cosas que existen sean tales. Porque lo que puede no ser, en algún tiempo no existe. Por consiguiente, si todas las cosas pueden no ser, hubo un tiempo en que no hubo nada, pero si esto fuese verdadero, tampoco ahora habría algo. Pues lo que no es, no comienza a ser sino por algo que es. Por tanto, si no hubiese habido nada, hubiese sido imposible que algo comenzara a ser, y así [ahora] no habría nada, lo cual es manifiestamente falso. En consecuencia, no todos los entes son posibles, sino que es preciso que en la realidad haya algo necesario.[9]

2) *Qué es contrato.* La Mutua transferencia de derechos es lo que los hombres llaman CONTRATO. (...)

   Qué es pacto. Por otro lado, uno de los contratantes, a su vez, puede entregar la cosa convenida y dejar que el otro realice su prestación después de transcurrido un tiempo determinado, durante el cual confía en él. Entonces, con respecto al primero, el contrato se llama PACTO O CONVENIO.

---

[5] Leibniz, *Prefacio a la Ciencia General.*

[6] Russell, "Cómo ser libre y feliz", conferencia pronunciada en la Escuela Rand de Ciencias Sociales de Nueva York, bajo los auspicios de la Young People's Socialist League, el 28 de mayo de 1924.

[7] Aristóteles, *Política.*

[8] Sarmiento, *Facundo: Civilización y Barbarie.*

[9] Tomás de Aquino, *Suma Teológica.*

No hay pactos con las bestias. Es imposible hacer pactos con las bestias, porque como no comprenden nuestro lenguaje, no entienden ni aceptan ninguna traslación de derecho, ni pueden transferir un derecho a otro: por ello no hay pacto, sin excepción alguna.[10]

3) -¿Pero Sofronisco era padre —dijo —[11], y... Queredemo también?

   -Efectivamente —respondí—, uno era el mío y otro el de él.

   -Entonces —preguntó—, ¿Queredemo era diferente de 'padre'?

   - Por lo menos del mío —contesté.

   -¿Entonces era padre siendo algo diferente de padre? ¿O eres tú lo mismo que piedra ?

   -Temo —afirme—que tú me hagas aparecer como tal, aunque no creo serlo.

   -¿Entonces eres algo diferente de piedra?

   -¡Por supuesto que sí!

   -¿Entonces, siendo algo diferente de piedra —dijo—no eres piedra, y siendo algo diferente de oro, no eres oro?

   -Así es.

   -Por lo tanto —añadió—, también Queredemo, siendo algo diferente de padre, no sería padre.

   -Parecería no serlo —dije.

   -Porque si Queredemo es padre —intervino Eutidemo—, entonces, por el contrario, Sofronisco, a su vez, siendo diferente de padre, no es padre (...).[12]

4) El Espacio no es un concepto empírico derivado de experiencias externas, porque, para que ciertas sensaciones se refieran a alguna cosa fuera de mí (es decir, a algo que se encuentra en otro lugar del Espacio en el que yo me hallo) y para que yo pueda representarme las cosas como exteriores y juntas unas con las otras, y por consiguiente, no sólo diferentes, sino también en diferentes lugares, debe existir ya en principio la representación del Espacio.[13]

5) El Espacio es representado como un *quantum*, infinito dado. Es necesario considerar todo concepto como una representación contenida en una multitud infinita de distintas representaciones posibles (en tanto su nota común), subsumidas *bajo* el concepto; pero ningún concepto como tal contiene *en sí* una multitud infinita de representaciones. Sin embargo, así concebimos el Espacio (pues todas sus partes coexisten en el infinito). La primitiva representación del Espacio es, pues, una intuición *a priori* y no un concepto.[14]

6) Si las opiniones, que se forman en nosotros por medio de las sensaciones, son verdaderas para cada uno; si nadie está en mejor estado que otro para decidir sobre lo que experimenta su semejante, ni es más hábil para discernir la verdad o falsedad de una opinión; si, por el contrario, como muchas veces se ha dicho, cada uno juzga únicamente de lo que pasa en él, y si todos sus juicios son rectos y verdaderos, ¿por qué privilegio, mi querido amigo, ha de ser Protágoras sabio hasta el punto de creerse con derecho para enseñar a los demás, y para poner sus lecciones a tan alto precio?[15]

7) Hallamos que en las cosas sensibles hay un orden de causas eficientes. Sin embargo, no se halla, ni es posible, que algo sea causa eficiente de sí mismo: porque en tal caso, sería anterior a sí mismo, lo cual es imposible.

[10] Hobbes, *Leviatán, o La materia, forma y poder de una república eclesiástica y civil.*
[11] Dionisodoro preguntó.
[12] Platón, *Eutidemo.*
[13] Kant, *Crítica de la Razón Pura.*
[14] *lbidem.*
[15] Platón, *Teeteto.*

Pero no es posible que en las causas eficientes procedamos al infinito. Puesto que en todas las causas eficientes ordenadas, la primera es causa de la intermedia, y la intermedia de la última, sean las intermedias múltiples o una sola. Mas removida la causa, se remueve el efecto. Por lo tanto, si no hubiere algo primero en las causas eficientes, no habrá algo último, ni intermedio. Pero si se procediese al infinito en las causas eficientes, no habrá causa primera, y así no habrá efecto último, ni causa eficiente intermedia, lo cual es manifiestamente falso.

En consecuencia, es necesario afirmar que existe alguna causa eficiente primera, a la cual todos llaman 'Dios'.[16]

8) - Dime, ¿qué debe existir en el cuerpo para que esté vivo?[17]

- El alma.[18]

-¿Luego el alma siempre trae con ella la vida?

- Ciertamente.

- ¿Existe algo contrario a la vida?

- Algo existe.

- ¿Qué es?

- La muerte.

- El alma nunca recibirá lo contrario de lo que lleva en sí misma, tal es la deducción de nuestros principios. Lo mismo debe decirse de lo inmortal. Si lo inmortal es imperecedero, cuando la muerte se acerque al alma, es imposible que esta muera, porque según lo dicho, el alma no recibirá jamás a la muerte y no morirá jamás.[19]

9) El insensato debe convencerse, pues, de que existe, al menos en el entendimiento, algo mayor que lo cual nada puede pensarse, porque cuando oye esto, lo entiende, y lo que se entiende existe en el entendimiento. Y, en verdad, aquello mayor que lo cual nada puede pensarse no puede existir sólo en el entendimiento. Pues si sólo existe en el entendimiento puede pensarse algo que exista también en la realidad, lo cual es mayor. Por consiguiente, si aquello mayor que lo cual nada puede pensarse existe sólo en el entendimiento, aquello mayor que lo cual nada puede pensarse es lo mismo que aquello mayor que lo cual puede pensarse algo. Pero esto ciertamente no puede ser. Existe, por tanto, fuera de toda duda, algo mayor que lo cual nada puede pensarse, tanto en el entendimiento como en la realidad.[20]

10) Es cosa manifiesta, por luz natural, que debe haber, por lo menos, tanta realidad en la causa eficiente y total como en el efecto; (...) para que una idea contenga tal realidad objetiva en vez de tal otra, debe sin duda haberla recibido de alguna causa, en la que habrá, por lo menos, tan realidad formal como hay realidad objetiva en la idea. (...)

Bajo el nombre de Dios entiendo una sustancia infinita, eterna, inmutable, independiente, omnisciente, omnipotente, por la cual yo mismo y todas las demás cosas que existen (si existen algunas) han sido creadas y producidas. Ahora bien, tan grandes y eminentes son esas ventajas, que cuanto más atentamente las considero, menos me convenzo de que la idea que de ellas tengo pueda tomar su origen en mí. Y, por consiguiente, es necesario concluir de lo anteriormente dicho que Dios existe; pues si bien hay en mí la idea de la sustancia, siendo yo una, no podría haber en mí la idea de una sustancia infinita, siendo

[16] Tomás de Aquino, *Suma Teológica.*
[17] Sócrates preguntó.
[18] Cebes respondió.
[19] Platón, *Fedón.*
[20] Anselmo de Canterbury, *Proslogion.*

yo un ser finito, de no haber sido puesta en mí por una sustancia que sea verdaderamente infinita.[21]

11) Todas nuestras ideas simples en su primera apariencia se derivan de impresiones simples que son correspondientes a ellas y que ellas representan exactamente. Al buscar fenómenos que prueben esta proposición los hallo solamente de dos géneros, pero en cada género los fenómenos son patentes, numerosos y concluyentes. Primeramente me aseguro por una nueva revisión de lo que ya he afirmado, a saber: que toda impresión simple va acompañada de una idea correspondiente. De esta unión constante de percepciones semejantes concluyo inmediatamente que existe una gran conexión entre nuestras impresiones e ideas correspondientes y que la existencia de las unas tiene considerable influencia sobre la de las otras. Una unión constante tal en un tal número infinito de casos no puede jamás surgir del azar, sino que prueba claramente la dependencia por parte de las impresiones de las ideas o de las ideas de las impresiones. Para que yo pueda saber de qué lado esta dependencia se halla considero el orden de la primera aparición y hallo, por la experiencia constante, que las impresiones simples preceden siempre a sus ideas correspondientes y que jamás aparecen en un orden contrario. Para dar a un niño la idea de escarlata o naranja o de dulce o amargo, presento los objetos, o, en otras palabras, le produzco estas impresiones, pero no procedo tan absurdamente que intente producir las impresiones despertando las ideas. Nuestras ideas, en su aparición, no producen sus impresiones correspondientes y no podemos percibir un color o sentir una sensación tan sólo por pensar en ella. Por otra parte, hallamos que una impresión, ya del alma, ya del cuerpo, va seguida constantemente de una idea que se le asemeja y es solamente diferente en los grados de fuerza y vivacidad. La unión constante de nuestras percepciones semejantes es una prueba convincente de que las unas son causas de las otras, y la prioridad de las impresiones es una prueba igual de que nuestras impresiones son las causas de nuestras ideas y no nuestras ideas de nuestras impresiones.[22]

12) Yo podría haber paseado una milla en veinte minutos esta mañana, pero ciertamente que no podría haber corrido dos millas en cinco minutos. (...) Aunque yo no hice ni la una ni la otra, sin embargo, la una era ciertamente posible para mí en un sentido en el que la otra era totalmente imposible. (...) Continuamente cuando consideramos dos sucesos, ninguno de los cuales aconteció, distinguimos entre ellos diciendo que, mientras el uno era posible, aunque no aconteció, el otro era imposible. Y es desde luego muy claro que lo que queremos decir con esto, sea ello lo que sea, es algo a menudo perfectamente verdadero. Pero si esto es así, entonces todo el que afirme sin restricción que 'nada nunca podría haber sucedido, sino lo que sucedió' está afirmando una falsedad.[23]

13) La afirmación de que las contradicciones no tienen contenido no se sostiene. Si las contradicciones no tuvieran contenido, no habría nada para no estar de acuerdo con ellas cuando alguien las dice, cuando (comúnmente) hay algo. Si las contradicciones no tuvieran contenido, no podríamos siquiera entender a alguien que haya afirmado una, y por ende no podríamos evaluarlas como falsas (o en cualquier caso, verdaderas).[24]

[21] Descartes, *Meditaciones Metafísicas.*

[22] Hume, *Tratado de la naturaleza humana. Ensayo para introducir el método del razonamiento experimental en los asuntos morales.*

[23] Moore, *Ética.*

[24] Priest, "What's so bad about contradictions?".

0.2. La noción de *validez*

Para hacer los ejercicios 1 y 2 vea Gamut [2, §1.1]. Para el ejercicio 3 vea Gamut [2, §1.2].

1. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En caso de que alguna sea falsa, ofrezca un contraejemplo. ✍

    1) Para que un argumento sea válido es suficiente que sus premisas y su conclusión sean verdaderas.
    2) Para que un argumento sea válido es necesario que sus premisas y su conclusión sean verdaderas.
    3) Un argumento cuyas premisas son verdaderas y cuya conclusión falsa es inválido.
    4) Un argumento puede ser inválido aún cuando sus premisas no sean verdaderas y su conclusión no sea falsa.
    5) Un argumento válido con conclusión falsa tiene necesariamente al menos una premisa falsa.

2. (**) Considere los siguientes dos principios, ambos generalmente atribuidos a Frege. Indique si nota alguna tensión entre ellos. ✍

    Principio de Composicionalidad del Significado: el significado de una expresión compuesta debe construirse a partir del significado de sus partes componentes.

    Principio del Contexto: las expresiones suboracionales sólo tienen significado en el contexto de una oración.

1. Lógica Proposicional

1.1. Introducción

Para hacer el ejercicio 1 vea Gamut [2, §2.1]. Para el ejercicio 2 vea Gamut [2, §2.2].

1. Considere las siguientes oraciones e indique cuáles contienen alguna conectiva veritativo-funcional. ✍

   1) José piensa que la Tierra tiene 5000 años.
   2) José puede concebir que la Tierra tenga más de 5000 años.
   3) José sabe que la Tierra tiene más de 5000 años.
   4) Ni somos amigos ni somos enemigos.
   5) Es lógicamente posible que $2 + 2 = 5$.
   6) Necesariamente, $2 + 2 = 4$.
   7) Estados Unidos invadió Irak debido a que Irak poseía armas de destrucción masiva.
   8) Argentina ganará el mundial únicamente si Bielsa vuelve a ser el director técnico.
   9) Si Hitler hubiera sido juzgado, el juicio habría sido en Núremberg.
   10) Una conjunción es verdadera cuando y solamente cuando sus conyuntos son verdaderos.

2. (*) Suponga que existen sólo dos valores de verdad (el valor verdadero y el valor falso). Determine (si puede) el valor de verdad de las siguientes oraciones. ✍

   1) La oración 1. es falsa y $2 + 2 = 4$.
   2) La oración 2. es falsa o $2 + 2 = 5$.
   3) La oración 4. es falsa.
   4) La oración 3. es verdadera.
   5) Si la oración 5. es verdadera, entonces la oración 5. es falsa.
   6) Ninguna de las oraciones de 1 a 6 es verdadera.
   7) La oración 7. es falsa y $2 + 2 = 5$.
   8) La oración 8. es falsa o $2 + 2 = 4$.

1.2. El lenguaje $\mathcal{L}$ de la Lógica Proposicional

Para hacer los ejercicios de esta sección vea Gamut [2, §2.3].

1.2.1. Sintaxis

1. ¿Cuáles de las siguientes son estrictamente hablando fórmulas de $\mathcal{L}$? En caso de que lo sean, especifique su signo principal y dibuje su árbol constructivo. En caso de que no lo sean, justifique.[25] ✍

[25] Gamut [2, §2.3] no especifica cuáles son las letras proposicionales sino que trabaja con metavariables. Aquí preferimos tomar como letras proposicionales a todas las expresiones de la forma 'p_i', donde i es un número natural, esto es, $p_1, p_2, p_3, \ldots$ son las únicas letras proposicionales.

1) $(p \vee q)$
2) $p_1 \vee p_2 \vee p_3$
3) $p_5 \vee (\neg p_2 \to p_{41})$
4) $(p_5 \vee (\neg p_2 \to p_{41}))$
5) $\neg p_3 p_6$
6) $p_1 \leftrightarrow (p_2 \to p_9)$
7) $(p_1 \to (p_1 \wedge p_1))$
8) $\neg((p_5 \wedge (p_4 \vee \neg p_1)) \to p_3)$
9) $\neg(p)$
10) $\neg(p \vee (q \to (r \vee (s \wedge s))))$

2. ¿Cuáles de las expresiones dadas en el ejercicio anterior son fórmulas de $\mathcal{L}$ una vez adoptadas las convenciones notacionales? En cada caso especifique su signo principal y dibuje su árbol constructivo.[26] ✍

3. Construya fórmulas con: ✍

   1) Una disyunción y una conjunción.
   2) Un condicional, un bicondicional y una negación.
   3) Todas las conectivas de $\mathcal{L}$.
   4) Tres paréntesis seguidos al final.

4. (**) Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos justificando brevemente su respuesta. ✍

   1) Dos árboles constructivos distintos pueden corresponderse con la misma fórmula de $\mathcal{L}$.
   2) Dos fórmulas distintas de $\mathcal{L}$ pueden tener el mismo árbol constructivo.
   3) Existe una fórmula φ de $\mathcal{L}$ tal que el número de negaciones que ocurren en φ es mayor que el número de subfórmulas de φ.
   4) Para toda fórmula φ de $\mathcal{L}$ se cumple que el número de letras proposicionales (no necesariamente distintas) presentes en φ es mayor o igual que el número de conectivas binarias presentes en φ.
   5) Para toda fórmula φ de $\mathcal{L}$ se cumple que el número de letras proposicionales (no necesariamente distintas) presentes en φ es mayor o igual que el número de conectivas presentes en φ.
   6) Una fórmula de $\mathcal{L}$ de la forma $(\varphi \vee \neg\psi)$ tiene como mínimo cuatro subfórmulas.
   7) La profundidad de la fórmula $((p \wedge q) \vee ((\neg r \to q) \wedge p))$ es la misma que la profundidad de la fórmula $\neg\neg\neg\neg p$.[27]

5. (*) Indique si la siguiente definición de fórmula de $\mathcal{L}$ le parece adecuada. Justifique su respuesta. ✍

[26] Por razones de legibilidad, adoptamos ciertas convenciones que nos permiten acortar las fórmulas. En lugar de $p_1, p_2, p_3, \ldots$ escribimos $p, q, r, \ldots$ y omitimos los paréntesis exteriores de una fórmula una vez finalizada su construcción.

[27] La profundidad de una fórmula es el número de filas de su árbol constructivo.

a. Todas las letras proposicionales son fórmulas.
b. Todas las expresiones de la forma $\neg\varphi$ son fórmulas.
c. Todas las expresiones de la forma $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \to \psi)$ ó $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ son fórmulas.
d. Sólo las expresiones generadas por medio de las cláusulas a, b y c en un número finito de pasos son fórmulas.

6. (**) Indique qué nociones caracterizan las siguientes definiciones recursivas: ✍

   1) $f(p) = 0$, para cualquier letra proposicional p
   $f(\neg\varphi) = f(\varphi) + 1$, para cualquier fórmula φ
   $f((\varphi * \psi)) = f(\varphi) + f(\psi)$, para cualesquiera fórmulas φ y ψ y cualquier conectiva diádica $*$.
   2) $f(p) = 1$, para cualquier letra proposicional p
   $f(\neg\varphi) = f(\varphi) + 1$, para cualquier fórmula φ
   $f((\varphi * \psi)) = f(\varphi) + f(\psi) + 3$, para cualesquiera fórmulas φ y ψ y toda conectiva diádica $*$.

7. (**) Pruebe por inducción sobre la cantidad de conectivas los siguientes enunciados. ✍

   1) Toda fórmula del lenguaje $\mathcal{L}$ tiene la misma cantidad de paréntesis izquierdos que derechos.
   2) Toda fórmula del lenguaje $\mathcal{L}$ tiene más letras proposicionales (no necesariamente distintas) que conectivas binarias.

1.2.2. Forma lógica

1. Formalice los siguientes enunciados, especificando el diccionario utilizado. Todos ellos incluyen, como mucho, una conectiva. ✍

   1) Veo un tigre.
   2) Veo un tigre feroz delante de mí.
   3) La lluvia cae lentamente.
   4) La lluvia cae lenta y suavemente.
   5) Marcos fue a Buzios pero Luciana fue a Río.
   6) Tanto Simba como Mufasa son felinos.
   7) Luisana y Michael son novios.
   8) Luisana y Michael se quieren mutuamente.
   9) El nombre de Dios es impronunciable.
   10) Patricia irá a buscar a Martín siempre y cuando él se lo pida.
   11) Todos odiarán a María, si maltrata al mesero.
   12) Que llueva es condición suficiente para que Luis esté triste.
   13) Para que Horacio haga gimnasia es necesario que tenga problemas de salud.
   14) Peter irá al cine o al teatro.
   15) Comeremos knishes, a menos que comamos varénikes.
   16) María va al cine sólo si una chica la invita.
   17) El agua de esta canilla sale o bien fría o bien sucia.

18) Todo sucedió en Londres y en Roma.
19) No creo que el DT haya elegido a Messi como capitán porque lo necesite como líder.
20) 2 más 2 es 4 si y sólo si el partido lo dice.
21) No es cierto que el calentamiento global se deba a los ataques de los piratas.
22) Es necesario que haya crisis para que haya concienciación.
23) Es suficiente que Nito Artaza se baje de su candidatura para que la interna radical se anule.
24) Mi voto no es positivo.
25) Que Juan Pablo exista es condición necesaria y suficiente para que sufra.
26) María canta en español siempre y cuando venda discos.
27) La Paz y Sucre son capitales de Bolivia.
28) Los hinchas de Vélez se entusiasmaron con el resultado del último partido.
29) Alguien está llamando a la puerta.
30) Córdoba está al norte de Buenos Aires o de La Pampa.
31) O bien Córdoba está al norte de La Pampa o bien a la inversa.
32) Nadie está llamando a la puerta.
33) La actuación del representante fue desleal.
34) Me dolió su ingratitud.
35) Esto no se termina nunca.

2. Identifique las palabras o signos de puntuación que cumplen la función de una constante lógica en los siguientes enunciados.[28] Luego formalice los enunciados especificando el diccionario utilizado. ✍

1) Hoy no hace calor.
2) Ni Martín ni Susana son cordobeses.
3) No es el caso que Martín y Susana sean cordobeses.
4) Si Martín es cordobés, Susana también lo es.
5) Aunque Martín y Susana son primos, no se hablan.
6) Sofía está cursando Lógica y Antigua o ninguna de las dos cosas.
7) Marco no quiere ni pensar en volver.
8) Si Justina obtiene la beca, se quedará en Buenos Aires; pero si no la obtiene irá a Nueva York.
9) No es cierto que sea falso que no llueva.
10) Es necesario que todos rindan el primer parcial para aprobar Moderna.
11) El nóema no puede ser real pero tampoco puede ser inmanente.
12) Alonso volverá sólo si no consigue una beca doctoral o le insistimos mucho.
13) Pablo promocionará Lógica si y sólo si saca 7 o más de 7 de promedio en los parciales.

[28] Por ejemplo, en 1) ‘no’ cumple la función de una negación y será, por tanto, formalizado mediante el símbolo $\neg$ de $\mathcal{L}$.

14) Siempre que hay elecciones, la facultad está superpoblada de carteles.

15) Tasio tendrá puesto de trabajo, a menos que no lo desee.

16) Cuando defendés la tesis te dan el título.

17) Nicolás y Macarena aprobarán Antigua sólo si entregan el parcial domiciliario.

18) A no ser que viaje, Barrio dictará el teórico del lunes.

19) Pablo será licenciado en filosofía única y exclusivamente si defiende su tesis de licenciatura.

20) Es suficiente que algunos no comprendan para que el tema vuelva a ser explicado.

21) Es falso que alguien llame a la puerta y nadie haya ido a abrirle.

22) No es cierto que si la moral no es categórica, el relativismo moral es correcto.

23) Que Platón no sea bien interpretado es condición necesaria para que se lo considere un pensador anti-democrático.

24) San Agustín es un padre del catolicismo, aunque si el Papa lo conociera, lo acusaría de infiel o de hereje.

25) La felicidad es el fin del ser humano si y sólo si la filosofía moderna y la contemporánea no tienen razón.

26) Estamos en verano o primavera, o estamos en alguna otra estación y no hace calor.

27) Es falso que la matemática y la lógica sean una misma disciplina, a pesar de que ha habido filósofos y lógicos que han creído esa tesis.

28) No es verdad que Watson resuelve el caso siempre y cuando Sherlock no lo hace.

3. Formalice los siguientes enunciados especificando el diccionario utilizado. ✍

1) Dios existe y todo está permitido sólo si la teología cristiana y la judía no dicen la verdad.

2) Si Mill sostuvo una posición deontológica o teleológica, entonces el profesor de Ética lo puede encasillar junto a Kant o junto a Aristóteles respectivamente.

3) Si el argumento de Anselmo es bueno, entonces sólo si Dios existe es el ente más perfecto que se puede pensar.

4) El primer y el segundo argumento de Santo Tomás para probar la existencia de Dios serán considerados buenos o malos en la clase.

5) Wittgenstein escribió el *Tractatus* y las *Investigaciones Filosóficas* siempre y cuando recopilar anotaciones sea escribir un libro o un texto filosófico.

6) El lenguaje es modular u holista, pero el reconocimiento de oraciones es modular y no holista, si funciona con información encapsulada.

7) El argumento cartesiano funciona siempre y cuando que Descartes piense sea condición suficiente para que exista.

8) Ricardo Piglia y César Aira son los dos mejores escritores argentinos siempre y cuando no consideremos a los muertos ni a los que viven en el extranjero.

9) Orson Welles y Rita Hayworth fueron pareja y ambos actuaron en 'La dama de Shanghai', aunque en 'Gilda' sólo actuó ella.

10) Si mueres, verás todo iluminado o bien por una luz roja o bien por una azul, pero si no mueres, quedarás ciego y no verás todo iluminado por ninguna de esas dos luces.

11) Sólo si Juan y María no fueron al hotel, es falso que sean amantes.

12) Iremos a pasear únicamente si sale el sol.
13) Si venero al Diablo, entonces, si venero a Dios, iré al infierno.
14) Si venero al Diablo, iré al cielo sólo si venero a Dios.

4. Formalice los siguientes razonamientos especificando el diccionario utilizado. Distinga las premisas de la conclusión, separándolas mediante la barra horizontal. ✍

   1) Si no puedo rechazar la idea de que pienso, entonces pienso. Pero si pienso, existo. Por lo tanto, existo; dado que no puedo rechazar la idea de que pienso.
   2) Si Córdoba está al norte de Buenos Aires y La Pampa, también lo está de Neuquén. Por otra parte, Neuquén está al norte de Chubut. Luego, Córdoba está al norte de Chubut.
   3) Que el sujeto trascendental posea categorías del entendimiento es condición necesaria para que perciba objetos y no tenga representaciones aisladas. El sujeto trascendental percibe objetos. Por lo tanto, posee categorías del entendimiento.
   4) Dado que nunca podemos fiarnos del testimonio de los sentidos, ellos nos engañan.
   5) De nada sirve preparase para la lucha. Dado que si la situación prebélica es irrepetible, no sirve prepararse para la lucha. Y la situación prebélica es irrepetible.
   6) Si Vélez le gana a San Lorenzo quedará primero en la tabla. Vélez quedará primero puesto que San Lorenzo no tiene chance.
   7) O bien me escuchás o bien me voy. Pero si me escuchás y no me entendés, igual me voy a ir. Por lo tanto, me voy a ir porque nunca me entendés.
   8) El buen sentido es la cosa mejor repartida. Pues todos están conformes con la parte que les ha tocado y creen poseerlo en mayor grado que el resto.
   9) La mente no superviene del cuerpo. Pues si eso es así, cualesquiera dos entidades físicamente idénticas tienen necesariamente los mismos estados mentales. Pero dos entidades físicamente idénticas no necesariamente tienen los mismos estados mentales.
   10) Los conceptos son entidades subjetivas u objetivas. Si son objetivas, puede hacerse lógica, pero es imposible explicar el status metafísico de los conceptos. Si son subjetivas, no puede hacerse lógica, pero es posible explicar su status metafísico. Pero no es posible explicar el status metafísico de los conceptos. En consecuencia, son entidades objetivas y puede hacerse lógica.
   11) Si renunciamos a comprender el mundo y nos dedicamos a cambiarlo, entonces o bien abandonamos la filosofía, o bien no la abandonamos pero creemos que la tesis sobre Feuerbach es correcta. Creemos que la tesis sobre Feuerbach es correcta. En consecuencia, nos dedicamos a cambiar el mundo siempre y cuando no abandonemos la filosofía.
   12) La filosofía trata acerca entidades abstractas o de entidades materiales. Si lo primero es cierto, la filosofía se asemeja a la matemática. Si lo segundo es cierto, la filosofía se asemeja a las ciencias físico-naturales. Pero la filosofía no se asemeja ni a las ciencias físico-naturales ni a la matemática. Por lo tanto, la filosofía no trata acerca de entidades abstractas ni de entidades materiales.
   13) Si el realismo metafísico es verdadero, existen objetos fuera de la mente de los sujetos. Esto último es verdadero sólo si existe el mundo material. En consecuencia, es necesario que exista el mundo material para que el realismo metafísico sea verdadero.
   14) O Dios no es omnipotente o Dios no es benévolo. Pues si Dios es omnipotente y benévolo, no hay maldad en el mundo. Pero esto último no es cierto.

15) Un argumento es inválido siempre y cuando su forma es inválida. Su forma es inválida si y sólo si existe una interpretación que hace verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión. Para que esto último suceda es condición necesaria y suficiente que la conclusión no se siga lógicamente de las premisas. De esto podemos inferir que un argumento es válido si y sólo si la conclusión se sigue lógicamente de las premisas.

16) Es condición necesaria que haya un crecimiento económico sostenido para que se revierta la actual situación mundial de crisis. Además, la crisis mundial no va a revertirse si Obama no toma medidas para regular el mercado financiero o si en las próximas elecciones ganan los republicanos. Por consiguiente, sólo si Obama toma medidas para regular el mercado financiero y en las próximas elecciones no ganan los republicanos, habrá un crecimiento económico sostenido.

5. Considere los siguientes enunciados e indique por qué no es posible formalizarlos apropiadamente en el lenguaje proposicional. ✍

   1) Todos los objetos son idénticos a sí mismos.
   2) Las plantas son verdes porque tienen clorofila.
   3) Necesariamente los cuervos son negros.
   4) Es posible que llueva y no llueva.
   5) Goldbach sabe que la conjetura de Goldbach es verdadera o falsa.
   6) Es obligatorio elegir a Pedro o a Nicolás.
   7) Si Galileo no se hubiese dedicado a la astronomía, no habría sido condenado por la Iglesia,
   8) Si Galileo no se hubiese dedicado a la astronomía, la Tierra no se movería.

6. Considere los siguientes cuatro argumentos y pruebe que son inválidos presentando otro argumento con su misma forma en el cual las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. ✍

   1) *Premisa:* Brasilia no es la capital de Chile o Brasilia no es la capital de Uruguay.
      Conclusión: No se da que Brasilia sea la capital de Chile o de Uruguay.
   2) *Premisa:* No es cierto que los dragones existen y que los unicornios existen.
      Conclusión: Los dragones no existen y los unicornios no existen.
   3) *Premisa:* Si $5 > 3$, entonces $5 > 2$ y $5 > 1$.
      Premisa: $5 > 2$ y $5 > 1$.
      Conclusión: $5 > 3$.
   4) *Premisa:* Si $5 > 10$, entonces $5 > 9$.
      Premisa: No se da que $5 > 10$.
      Conclusión: No sea da que $5 > 9$.

1.3. Una semántica para $\mathcal{L}$

Para hacer los ejercicios de esta sección vea Gamut [2, §2.5].

1.3.1. Teoría

1. De ser posible, construya una tautología que: ✍

    1) Contenga una única letra proposicional (puede tener conectivas).
    2) Contenga tres letras proposicionales.
    3) No contenga negaciones.
    4) No repita nunca una letra proposicional (esto es, en la cual ninguna letra proposicional aparezca más de una vez).

2. De ser posible, construya una contradicción que: ✍

    1) Contenga una única letra proposicional (puede tener conectivas).
    2) Contenga tres letras proposicionales.
    3) No contenga conjunciones.
    4) No repita nunca una letra proposicional.

3. De ser posible, construya una contingencia que: ✍

    1) Contenga una única letra proposicional (puede tener conectivas).
    2) Contenga dos letras proposicionales.
    3) En su tabla de verdad sólo una fila sea verdadera.
    4) En su tabla de verdad, sólo una fila sea falsa.
    5) En su tabla de verdad haya cuatro filas verdaderas y cuatro falsas.

4. De ser posible, dé dos fórmulas lógicamente equivalentes tales que: ✍

    1) Sean ambas contingencias.
    2) La primera cuente sólo con condicionales y la segunda sólo con negaciones y disyunciones.
    3) La primera cuente sólo con condicionales y la segunda sólo con negaciones y conjunciones.
    4) La primera cuente sólo con conjunciones y la segunda sólo con negaciones y disyunciones.
    5) No compartan ninguna letra proposicional.

5. En cada uno de los siguientes casos proponga una fórmula φ que haga verdaderas las afirmaciones. Evite reemplazar φ por una fórmula que forme parte de las premisas de cada ejercicio. ✍

    1) $(p \vee \neg p) \vDash \varphi$
    2) $(\varphi \vee \psi), (\varphi \to \chi), (\psi \to \chi) \vDash \varphi$
    3) $q, \neg q \vDash \varphi$
    4) $(p \vee q), \neg q \vDash \varphi$
    5) $(\varphi \to \psi), (\psi \to \chi), \varphi \vDash \varphi$

6. (*) Proporcione: ✍

    1) dos fórmulas (no tautológicas) φ y ψ para las cuales existe una valuación V tal que $V(\varphi) = V(\psi) = 1$ pero no existe ninguna valuación V tal que $V(\varphi) = V(\psi) = 0$.

2) dos fórmulas (no contradictorias) φ y ψ para las cuales existe una valuación V tal que $V(\varphi) = V(\psi) = 0$ pero no existe ninguna valuación V tal que $V(\varphi) = V(\psi) = 1$.
3) Un enunciado cuya tabla de verdad sea idéntica a la de $p \wedge q$ pero que sólo posea $\to$ y $\neg$.
4) un enunciado cuya tabla de verdad sea idéntica a la de $p \leftrightarrow q$ pero que sólo posea $\vee$ y $\neg$.
5) un enunciado que tenga solamente las letras proposicionales p, q y r, utilizando sólo $\neg$, $\wedge$ y $\vee$ que sea verdadero exactamente cuando dos de las tres letras proposicionales sean verdaderas, y que sea falso en los restantes casos.

7. Ofrezca pruebas de los siguientes hechos. ✍

1) $p \to (q \vee r), \neg q, \neg r \models \neg p$
2) $\neg p, q \models \neg(((p \to q) \to q) \to p)$
3) $p \to (q \wedge \neg r), s \to \neg r, r \models \neg(p \vee s)$
4) $p \to q \models (r \to q) \to ((p \vee r) \to q)$
5) $q \vee \neg s, \neg r \to \neg q, s \wedge \neg r \models p \wedge \neg p$
6) $\models (p \wedge q) \to \neg(p \to \neg q)$
7) $\models p \wedge (q \vee r) \to ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$
8) $\models (p \to (q \vee r)) \to ((\neg q \wedge p) \to r)$
9) $\models (p \to (q \to r)) \to (q \to (p \to r))$
10) $\models \neg q \to (q \to (r \vee (\neg q \wedge p)))$

8. Muestre, por medio de una valuación, que los siguientes hechos se cumplen. ✍

1) $\neg(p \to \neg q) \not\models \neg(p \wedge q)$
2) $p \vee q \not\models \neg p \wedge \neg q$
3) $\neg(\neg p \wedge \neg q) \not\models q \wedge \neg\neg p$
4) $\not\models \neg(p \vee q) \to \neg(\neg p \wedge \neg q)$
5) $\not\models (p \vee (q \wedge r)) \to ((p \vee q) \wedge r)$

9. (**) Considere la conectiva $|$, definida por la siguiente tabla de verdad. ✍

φ	ψ	$\varphi\|\psi$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

1) Indique qué expresión del lenguaje natural le parece que $|$ representa.
2) Muestre que toda fórmula de la forma $\neg\varphi$ puede expresarse utilizando solamente la conectiva $|$.
3) Muestre que toda fórmula de la forma $\varphi \wedge \psi$ puede expresarse utilizando solamente la conectiva $|$.

1.3.2. Metateoría

1. Pruebe los siguientes metateoremas. ✍

1) Si $\varphi \models$ y $\psi \models$, entonces φ y ψ son lógicamente equivalentes.[29]
2) Si $\varphi \models$ o $\psi \models$, entonces $\models \neg(\varphi \wedge \psi)$.
3) Si $\varphi \models$ o $\psi \models$, entonces $\varphi \wedge \psi \models$.
4) $\models \varphi$ y $\models \psi$ sii $\models \varphi \wedge \psi$.
5) Si $\varphi \models$ y $\models \psi$, entonces $\models \varphi \vee \psi$.
6) Si $\models \varphi$, entonces $\neg\varphi \wedge \neg\psi \models$.

[29]Dada una fórmula cualquiera φ de $\mathcal{L}$, escribimos '$\varphi \models$' para indicar que φ es una contradicción.

7) Si $\varphi \vee (\psi \vee \chi) \vDash$, entonces $\varphi \vDash$, $\psi \vDash$ y $\chi \vDash$.
8) Si $\varphi \vDash$ y $\vDash \varphi \vee \psi$, entonces $\vDash \psi$.
9) Si $\varphi \vDash$ y $\vDash \psi$, entonces $\vDash \neg\varphi \wedge \psi$.
10) Si $\varphi \to \psi \vDash$, entonces $\vDash \psi \to \varphi$.
11) Si $\varphi \vDash$ y $\vDash \psi$, entonces $\vDash \varphi \to \psi$.
12) Si $\varphi \vDash$, entonces $\vDash (\varphi \wedge \psi) \to \chi$.
13) Si $\vDash \chi$, entonces $\vDash \varphi \to (\psi \vee \chi)$.
14) Si $\varphi \vDash$ y $\vDash \psi$, entonces $\vDash \neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$.
15) Si $\vDash \psi$, entonces $\varphi \vDash \psi$.
16) Si $\varphi \vDash$, entonces $\varphi \vDash \psi$.
17) Si φ y ψ son lógicamente equivalentes, entonces $\varphi \vDash \psi$ y $\psi \vDash \varphi$.
18) Si $\vDash \psi$, entonces $\varphi \vDash (\psi \vee \chi)$.
19) Si $\psi \vDash$, entonces $\varphi \vDash \psi \to \chi$.
20) Si $\varphi \vee \psi \vDash \varphi$, entonces $\psi \vDash \varphi$.
21) Si $\vDash \psi$ y $\vDash \neg\varphi \to \neg\psi$, entonces $\vDash \varphi$.
22) Si $\vDash \neg(\varphi \leftrightarrow \psi)$ y $\vDash \varphi$, entonces $\psi \vDash$.
23) Si φ es una contingencia y $\vDash \varphi \leftrightarrow \psi$, entonces ψ es una contingencia.
24) $\vDash \varphi \to \psi$ sii $\varphi \vDash \psi$.

2. Refute las siguientes afirmaciones por medio de un contraejemplo. ✍

1) Si $\vDash \psi \to \varphi$, entonces $\psi \vDash$ ó $\vDash \varphi$.
2) Si $\vDash \varphi \vee \psi$, entonces $\vDash \varphi$ ó $\vDash \psi$.
3) Si ψ es una contingencia, entonces $\varphi \to \psi$ es una contingencia.
4) Si $\vDash \varphi \leftrightarrow \psi$, entonces $\vDash \varphi$ y $\vDash \psi$.

3. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando brevemente su respuesta. ✍

1) La conversa del punto 3. del ejercicio anterior es verdadera.
2) Si φ y ψ son ambas contingencias entonces $\varphi \vee \psi$ es una contingencia.
3) Si φ y ψ son ambas contingencias entonces $\varphi \wedge \psi$ es una contingencia.
4) Si $\varphi \vDash \psi$ y $\psi \vDash \varphi$ entonces φ y ψ son lógicamente equivalentes.
5) Si φ y ψ son ambas contingencias entonces $\varphi \vDash \psi$.
6) Si $\vDash \varphi \wedge \neg\psi$, entonces $\varphi \to \psi$ es una contingencia.
7) Si $\psi \vDash \varphi$ entonces $\varphi \vee \psi \vDash \varphi$.
8) φ puede ser una tautología.
9) $\varphi \to \varphi$ puede no ser una tautología.
10) Todas las tautologías son equivalentes entre sí.
11) Todas las contingencias son equivalentes entre sí.

12) Si $\models (\varphi \leftrightarrow \psi) \leftrightarrow \chi$, entonces $\models \varphi \leftrightarrow (\psi \leftrightarrow \chi)$.

13) Si $\models (\varphi \leftrightarrow \psi) \leftrightarrow \chi$, entonces para toda valuación V se da que $V(\varphi) = V(\psi) = V(\chi)$.

14) Existe un número infinito de fórmulas contingentes que no son lógicamente equivalentes.

15) Existe una valuación V que hace verdaderas a todas las letras proposicionales de $\mathcal{L}$.

16) Existe una valuación V que hace verdaderas a todas las fórmulas de $\mathcal{L}$.

17) Si dos fórmulas son lógicamente equivalentes, entonces sus negaciones son contradictorias entre sí.

18) Si $\Gamma \models \varphi$, entonces $\Gamma \cup \{\psi\} \models \varphi$.

19) Si $\Gamma \cup \{\psi\} \models \varphi$, entonces $\Gamma \models \varphi$.

20) Si $\Gamma \models \varphi$, entonces $\varphi \in \Gamma$.

21) Si $\varphi \in \Gamma$, entonces $\Gamma \models \varphi$.

22) Si $\Gamma \models \varphi$ y $\varphi \models \psi$, entonces $\Gamma \models \psi$.

1.4. Un sistema deductivo para $\mathcal{L}$

Para hacer el ejercicio 1 vea Gamut [2, §4.3.1-4.3.3]. Para el ejercicio 2 vea además Gamut [2, §4.3.4] y para el 3 Gamut [2, §4.3.5]. Para los ejercicios restantes vea todas estas secciones juntas.

1. Pruebe que las siguientes afirmaciones utilizando únicamente reglas básicas del sistema de Deducción Natural para $\wedge$ y $\rightarrow$. ✍

   1) $\varphi \vdash \varphi \wedge \varphi$
   2) $\vdash \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$
   3) $\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$
   4) $\vdash (\varphi \wedge (\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \psi$

2. Pruebe que las siguientes afirmaciones utilizando únicamente reglas básicas del sistema de Deducción Natural para $\wedge$, $\rightarrow$ y $\vee$. ✍

   1) $\varphi \vdash \varphi \wedge (\varphi \vee \psi)$
   2) $(r \wedge (s \vee t)) \rightarrow w, r, s \wedge t, w \rightarrow p \vdash p$
   3) $(r \rightarrow \neg w) \rightarrow (\neg q \rightarrow t), \neg w \wedge p, t \rightarrow (m \wedge s) \vdash \neg q \rightarrow (s \vee r)$
   4) $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow q) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow q))$
   5) $\varphi \vee \varphi \vdash \varphi$
   6) $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \vdash \varphi$

3. Pruebe que las siguientes afirmaciones utilizando únicamente reglas básicas del sistema de Deducción Natural para $\wedge$, $\rightarrow$ y $\neg$. ✍

   1) $r \rightarrow \neg\neg(s \rightarrow q), (s \wedge w) \wedge p, \vdash \neg\neg r \rightarrow q$
   2) $\neg\varphi \vdash \varphi \rightarrow \psi$
   3) $\neg\varphi \rightarrow \varphi \vdash \varphi$
   4) $\vdash (\neg\psi \wedge (\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \neg\varphi$
   5) $\vdash (\neg p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$
   6) $\vdash \neg q \rightarrow (q \rightarrow (r \vee (\neg q \wedge p)))$
   7) $\neg p, q \vdash \neg(((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow p)$
   8) $\varphi \wedge \neg\psi \vdash \neg(\varphi \rightarrow \psi)$
   9) $\neg(\varphi \rightarrow \psi) \vdash \varphi \wedge \neg\psi$

4. En las siguientes derivaciones en el cálculo de Deducción Natural, indique qué reglas básicas o supuestos se aplicaron en cada paso, y en base a qué pasos anteriores. Luego, identifique qué regla derivada se ha probado. ✍

   1) 1. $\varphi \to \psi$ premisa
      2. $\psi \to \chi$ premisa
      3. φ
      4. ψ
      5. χ
      6. $\varphi \to \chi$

   2) 1. $\varphi \wedge \psi$ premisa
      2. φ
      3. ψ
      4. $\psi \wedge \varphi$

   3) 1. φ premisa
      2. ψ
      3. φ
      4. $\psi \to \varphi$

   4) 1. $\varphi \to (\psi \to \chi)$ premisa
      2. ψ
      3. φ
      4. $\psi \to \chi$
      5. χ
      6. $\varphi \to \chi$
      7. $\psi \to (\varphi \to \chi)$

   5) 1. $\varphi \vee \psi$ premisa
      2. φ
      3. $\psi \vee \varphi$
      4. $\varphi \to (\psi \vee \varphi)$
      5. ψ
      6. $\psi \vee \varphi$
      7. $\psi \to (\psi \vee \varphi)$
      8. $(\psi \vee \varphi)$

5. Los siguientes esquemas de argumento suelen ser considerados reglas derivadas del cálculo de Deducción Natural. Demuéstrelas utilizando solamente reglas básicas.[30] ✍

   1) $\varphi \to \psi, \psi \to \chi \vdash \varphi \to \chi$ Silogismo Hipotético
   2) $\varphi \vee \psi, \neg\varphi \vdash \psi$ Silogismo Disyuntivo
   3) $\varphi \to \psi, \neg\psi \vdash \neg\varphi$ Modus Tollens
   4) $\varphi \wedge \psi \dashv\vdash \psi \wedge \varphi$ Conmutatividad de la conjunción
   5) $\varphi \vee \psi \dashv\vdash \psi \vee \varphi$ Conmutatividad de la disyunción
   6) $\varphi \wedge (\psi \wedge \chi) \dashv\vdash (\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$ Asociatividad de la conjunción
   7) $\varphi \vee (\psi \vee \chi) \dashv\vdash (\varphi \vee \psi) \vee \chi$ Asociatividad de la disyunción
   8) $\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \dashv\vdash (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ Distributividad de la conjunción
   9) $\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \dashv\vdash (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ Distributividad de la disyunción
   10) $\neg(\varphi \wedge \psi) \dashv\vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$ Regla de De Morgan
   11) $\neg(\varphi \vee \psi) \dashv\vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$ Regla de De Morgan
   12) $\varphi \to \psi \dashv\vdash \neg\psi \to \neg\varphi$ Transposición
   13) $\varphi \to (\psi \to \chi) \vdash (\varphi \wedge \psi) \to \chi$ Importación
   14) $(\varphi \wedge \psi) \to \chi \vdash \varphi \to (\psi \to \chi)$ Exportación
   15) $\varphi \to \psi \dashv\vdash \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$ Definición de $\to$ en términos de $\wedge$ y $\neg$
   16) $\varphi \to \psi \dashv\vdash \neg\varphi \vee \psi$ Definición de $\to$ en términos de $\vee$ y $\neg$

[30]Escribimos $\varphi \dashv\vdash \psi$ para indicar existe una derivación de ψ a partir de φ is viceversa.

17) $\varphi \wedge \psi \dashv\vdash \neg(\varphi \to \neg\psi)$ Definición de $\wedge$ en términos de $\to$ y $\neg$

18) $\varphi \vee \psi \dashv\vdash \neg\varphi \to \psi$ Definición de $\vee$ en términos de $\to$ y $\neg$

6. Pruebe las siguientes afirmaciones utilizando el sistema de Deducción Natural. ✍

1) $q \vee \neg s, \neg r \to \neg q, s \wedge \neg r \vdash \bot$
2) $q \to r, (t \vee u) \to q, \neg s \to \neg\neg q \vdash (t \vee \neg s) \to r$
3) $\neg(q \vee s), \neg s \to \neg t, \neg t \to \neg r, \neg r \to p \vdash p$
4) $(p \vee t) \to \neg\neg r, \neg(p \to r) \vdash \neg(q \to p)$
5) $\vdash \neg\neg(r \vee s) \to (s \vee r)$
6) $\vdash \neg(\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
7) $\neg(p \vee q), \neg t \to q, p \vee \neg r \vdash s \to \neg r$
8) $\vdash (p \to (q \vee r)) \to ((\neg q \wedge p) \to r)$
9) $\vdash (\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \to \psi)$
10) $p \vee q, p \to t, q \to t, t \to (r \wedge s) \vdash \neg(r \to \neg s)$
11) $\vdash (\neg\varphi \to \psi) \to (\varphi \vee \psi)$
12) $p \to (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$
13) $p \wedge q, p \to (r \vee \neg t), q \to t \vdash r$
14) $p \vee q, t \to \neg p, \neg(q \vee r) \vdash \neg t$
15) $p \to (q \wedge \neg r), s \to \neg r, r \vdash \neg(p \vee s)$
16) $(p \wedge q) \to r, \neg(p \vee r) \to s, p \to q \vdash \neg s \to r$
17) $p \to (q \vee r), q \to t, \neg t \vee s, s \to w, r \to \neg(w \to \neg u) \vdash p \to w$

7. Pruebe las siguientes afirmaciones utilizando el sistema de Deducción Natural. Puede utilizar reglas derivadas (que ya hayan sido probadas). ✍

1) $\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg(\neg\varphi \to \psi)$
2) $\neg(\neg\varphi \to \psi) \vdash \neg(\varphi \vee \psi)$
3) $\neg(\varphi \to \psi) \vdash \neg(\neg\varphi \vee \psi)$
4) $\neg(\neg\varphi \vee \psi) \vdash \neg(\varphi \to \psi)$

8. (*) Pruebe las siguientes afirmaciones utilizando el sistema de Deducción Natural. ✍

1) $\vdash \varphi \to \varphi$, sin usar la regla de repetición.
2) $\varphi \vdash \varphi \wedge \varphi$, sin usar la regla de repetición, ni las reglas del condicional material, ni las reglas de la negación.

9. (**) Demuestre: ✍

1) que el sistema que resulta de agregarle el esquema de axioma $\varphi \vee \neg\varphi$ a la Lógica Intuicionista es equivalente a la Lógica Clásica;[31]
2) que el sistema que resulta de agregarle I*tonk* y E*tonk* a la Lógica Minimal es inconsistente.[32]

[31] Las diferencias entre los sistemas intuicionista y clásico está dada por las reglas que éstos adoptan para la negación. El sistema de Lógica Intuicionista es presentado en Gamut [2, §4.3.5].
[32] La Lógica Minimal también es introducida por Gamut [2, §4.3.5].

I$tonk$:

1.	$\cdot$	
	$\vdots$	
m.	φ	
	$\vdots$	
n.	φ tonk ψ	I$tonk$ m

E$tonk$:

1.	$\cdot$	
	$\vdots$	
m.	φ tonk ψ	
	$\vdots$	
n.	ψ	E$tonk$ m

10. (**) Explique en qué sentido el Sistema Minimal y el Sistema Intuicionista son incompletos. Ofrezca ejemplos. ✍

2. Lógica de Predicados de Primer Orden

2.1. Introducción

Para hacer el siguiente ejercicio vea Gamut [2, §3.2].

1. Considere las siguientes oraciones del lenguaje natural e indique cuáles de ellas contienen algún cuantificador. ✍

    1) Todos los perros van al cielo.
    2) Algunos gatos van al cielo.
    3) Agustina tiene un perro.
    4) El todo es indivisible.
    5) El perro de Agustina va a la escuela.
    6) Hay un mundo mejor.
    7) Los colectiveros de la línea 44 están de paro.
    8) Los primeros días de enero los vamos a pasar en Mendoza.
    9) Una persona vino vestida de traje.
    10) Nada me impresionó demasiado.
    11) No todos los gatos van al cielo.
    12) La primera oración contiene un cuantificador.
    13) Algunas oraciones contienen cuantificadores.

2.2. El lenguaje $\mathcal{L}_{PO}$ de la Lógica de Predicados de Primer Orden

2.2.1. Sintaxis

Para hacer los ejercicios de esta sección vea Gamut [2, §3.3].

1. ¿Cuáles de las siguientes son estrictamente hablando fórmulas de $\mathcal{L}_{PO}$? En caso de que lo sean, especifique su signo principal y dibuje su árbol constructivo Si no lo son, indique porqué.[33] ✍

    1) $A_1 a_1$
    2) $\forall x_1(A_2 x_1 \vee \neg A_2 x_1)$
    3) $x \wedge A_2 a_3$
    4) $\exists x(Ax \wedge Cx)$
    5) $\exists x(Ab \wedge Cb)$
    6) $A_2 a_1 a_1$
    7) $(A_1 a_4 \wedge A_1 a_2 a_3)$
    8) $\forall x_1 \exists x_2 \exists x_3((A_1 x_1 \wedge \exists x_1) \rightarrow (A_2 x_2 \vee A_3 x_3))$

[33] Gamut [2, §3.3] no especifica cuáles son las letras de predicado, las constantes de individuo o las variables del vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$ sino que trabaja con metavariables. Aquí decimos $A_1, A_2, A_3, \ldots$ son las letras de predicado, $a_1, a_2, a_3, \ldots$ las constantes de individuo y $x_1, x_2, x_3, \ldots$ las variables.

9) $\forall x_1 \exists x_2 \exists x_3((A_1x_1 \wedge A_2x_1) \rightarrow (A_2x_2 \vee A_3x_3))$

10) $Mx \wedge \exists xBx$

11) $\neg\exists x(Fx \wedge ((Gx \vee Fy) \wedge Fz)) \rightarrow \forall x\forall zFb$

12) $(Ab \wedge Abc) \vee Cd$

13) $\forall x(Nx \rightarrow \exists y$

14) $Pa \wedge \neg\neg\neg\forall x\neg\forall x\neg\exists z(Bxz \vee Bzx)$

15) $\neg\forall x_2 \rightarrow (A_4x_2 \vee A_2x_2)$

16) $(A_5x_2 \wedge \forall x_2(A_3x_2 \rightarrow A_4a_2x_2))$

17) $Fy \wedge \forall y(Gy \rightarrow Pay)$

18) $\forall y(Fy \wedge (Gy \rightarrow Pay))$

19) $(Py \rightarrow \exists xPab) \rightarrow \forall yFz$

2. ¿Cuáles de las expresiones dadas en el ejercicio anterior son fórmulas de $\mathcal{L}_{PO}$ una vez adoptadas las convenciones notacionales? En cada caso especifique su signo principal, el alcance de los cuantificadores que ocurran en ellas y cuáles son las apariciones de variables libres, si las hay.[34] ✍

3. Dada la fórmula $\forall x(Px \rightarrow \forall y\exists xQxyz)$ de $\mathcal{L}_{PO}$, identifique: ✍

   1) la conectiva principal;
   2) el alcance de cada uno de los cuantificadores de la fórmula;
   3) las apariciones libres de variables (de haberlas);
   4) las apariciones ligadas de variables (de haberlas) señalando qué cuantificador liga cada una;
   5) si se trata de una oración o una función proposicional y por qué.

4. Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos justificando brevemente su respuesta. ✍

   1) Existen argumentos cuya validez puede ser probada en Lógica Proposicional pero no así en Lógica de Predicados.
   2) Toda fórmula del lenguaje de la lógica de predicados es una oración.
   3) El lenguaje de la lógica de predicados incluye fórmulas con apariciones de variables libres.
   4) El alcance de la aparición del cuantificador $\forall y$ en la fórmula

   $$\exists xPax \wedge \forall yPy \wedge Ay$$

   es la subfórmula $Py \wedge Ay$.
   5) Para que una aparición de una variable x esté ligada por un cuantificador basta que aparezca bajo su alcance.

5. Responda las siguientes preguntas. ✍

[34] Por razones de legibilidad, adoptamos ciertas convenciones que nos permiten acortar las fórmulas. Por ejemplo, en lugar de $A_1, A_2, A_3, \ldots,$ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ y $x_1, x_2, x_3, \ldots$ escribimos $A, B, C, \ldots,$ $a, b, c, \ldots$ y $x, y, z, \ldots,$ respectivamente.

1) En el lenguaje de la lógica de predicados no hay letras proposicionales. ¿Por qué? ¿Se pierde capacidad expresiva al quitarlas?

2) ¿Perdería capacidad expresiva del lenguaje de la lógica de predicados si quitamos del vocabulario uno de los cuantificadores? ¿Y si quitamos uno de los cuantificadores y la negación?

3) ¿Puede una variable estar ligada por un cuantificador pero no caer bajo su alcance?

4) ¿Puede una variable x estar libre y ligada por un cuantificador $\forall x$ (ó $\exists x$) en la misma fórmula?

5) ¿Cuántas subfórmulas tiene la fórmula $\forall x \exists y Rxx$? ¿Es Rx una de las subfórmulas?

6) ¿Cuántas subfórmulas tiene como mínimo una fórmula de la forma $\forall x \varphi$?

7) ¿Cuántas subfórmulas que son oraciones tiene como mínimo una fórmula de la forma $\forall x \varphi$?

8) ¿Cuántas fórmulas distintas pueden construirse con los elementos 'x', 'a' y 'R', siendo 'R' un predicado binario? ¿Y cuántas oraciones? ¿Y si R fuera un predicado n-ario?

9) ¿Cuántas fórmulas distintas pueden construirse con los elementos 'x', '$\forall$' y 'P', siendo 'P' un predicado unario? ¿Y cuántas funciones proposicionales?

10) ¿Es posible formalizar el enunciado 'Llueve.' del lenguaje natural en $\mathcal{L}_{PO}$?

6. Para cada fórmula φ en la columna izquierda de la siguiente tabla indique si la expresión que se encuentra a su derecha es el resultado de reemplazar las apariciones libres de la variable de individuo x por la constante de individuo c, *i.e.* $[c/x]\varphi$. ✍

φ	[c/x]φ
Axb	Acb
$\forall x Ax$	$\forall x Ac$
$\exists x Ax$	$\exists x Ax$
Axx	Acc
$\neg \exists x(Fx \land Gx) \to Gx$	$\neg \exists x(Fx \land Gx) \to Gc$
$Fx \land Gx \to Gx$	$Fx \land Gx \to Gc$
$\exists x \exists y(Fxy \lor Fyx) \lor \forall x Fx$	$\exists x \exists y(Fxy \lor Fyx) \lor \forall x Fx$
$\exists x \exists y(Fxy \lor Fyx) \lor \forall x Fx$	$\exists x \exists y(Fay \lor Fyxc) \lor \forall x Fx$
$\forall x \forall y(Axy \to Ayx) \land \neg Fx$	$\forall x \forall y(Axy \to Ayx) \land \neg Fc$
Fcx	Fcc
$\forall x Fx \to Gcc$	$\forall x Fx \to Gcc$

7. (**) $\mathcal{L}^{+}_{PO}$ es un lenguaje de primer orden cuyo vocabulario resulta de ampliar el vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$ con un conjunto infinito de símbolos de función unarios $f_1, f_2, f_3, \ldots$. La definición de fórmula bien formada de $\mathcal{L}^{+}_{PO}$ es idéntica a la de $\mathcal{L}_{PO}$, pero la noción de *término* y precisa de una definición inductiva: ✍

a. Las constantes de individuo y las variables son términos.

b. Si t es un término y f es un símbolo de función, entonces $f(t)$ es un término.

c. Sólo las expresiones que se obtienen en un número finito de pasos aplicando las dos cláusulas anteriores son términos.

Determine cuáles de las siguientes expresiones son términos de $\mathcal{L}^{+}_{PO}$, cuáles son fórmulas de este lenguaje y cuáles no son ninguna de las dos.

1) $f_1(x_1)$
2) $f_1(x_1) \wedge f_2(a_2)$
3) $\exists x_1 f_1(x_1)$
4) $f_2(f_1(f_1(a_2)))$
5) $\exists x_1(A_1 f_1(x_1) \rightarrow A_1 f_1(a_3))$
6) $\forall x_1 A_2 a_3 x_1$

8. (**) Ofrezca definiciones recursivas de las siguientes nociones. ✍

    1) Cantidad de cuantificadores en una fórmula
    2) Cantidad de letras de predicado en una fórmula
    3) Cantidad de términos en una fórmula
    4) Cantidad de conectivas en una fórmula
    5) Cantidad de símbolos en una fórmula

2.2.2. Forma lógica

Para hacer el ejercicio 1 vea Gamut [2, §3.1]. Para los ejercicios 2 y 3 vea Gamut [2, §3.2]. Para los restantes vea además Gamut [2, §3.4].

1. Formalice los siguientes enunciados *sin cuantificación*. Especifique el diccionario utilizado. ✍

    1) Ren escupió a Stimpy pero Stimpy no escupió a Ren.
    2) Si Lisa besa a Nelson, entonces Lisa se calla.
    3) No es cierto que Dinamarca esté entre Alemania y Francia y sea hexagonal.
    4) Alberto y Jorge se aman mutuamente sólo si Jorge se ama a sí mismo.
    5) Que Colón haya cruzado el Atlántico en La Niña es condición necesaria para que La Niña se rompa en pedazos.
    6) Si Superman es un extraterrestre valiente, entonces Luisa Lane no es valiente y ama a Clark Kent.
    7) Hitler fue un general alemán, aunque no era alemán.
    8) Viviana es una mujer exitosa, y se sentó entre Jorge y Gerardo.
    9) Dilma es una presidente progresista que gobierna después de Lula.
    10) Juan y Mariela son hermanos, y no es cierto que si Juan es más grande que Mariela, entonces es más alto que ella.

2. Formalice los siguientes enunciados *con cuantificación simple*. Especifique el diccionario utilizado. ✍

    1) Algunos libros famosos son aburridos.
    2) Hay cartas que son viejas e ilegibles.
    3) Todos los animales cefalópodos son sensibles o valientes.
    4) Sólo los muertos son zombies.
    5) Las casas viven y mueren.
    6) Algunos ríos no son azules sino verdes.
    7) Ningún hereje vivirá.

8) Algunos mafiosos se dañan a sí mismos.

9) No todos los dragones tiran fuego o no hablan.

10) Ningún hombre alado vuela y no se queja.

3. Formalice los siguientes enunciados *con cuantificación simple, constantes de individuo y predicados diádicos*. Especifique el diccionario utilizado y el dominio de discurso. ✍

   1) Todos admiran a Donald pero nadie admira a Pluto.
   2) Algunos ingleses compraron Angola al Duque Félix II.
   3) Hay famosos que no admiran a Gene Kelly.
   4) Todo jazzista escuchó a Duke Ellington.
   5) Todos los caminos conducen a Roma.
   6) No es cierto que Raúl Portal ame a todos los animales.
   7) Orson Welles actuó en algunas películas norteamericanas.
   8) Borges no escribió novelas.
   9) Kafka estaba avergonzado de sí mismo, pero Max Brod no estaba avergonzado de Kafka y publicó todas sus novelas.
   10) David Lynch no filmó películas europeas, aunque sí filmó cortos.

4. Formalice los siguientes enunciados, explicitando el diccionario utilizado y el dominio. ✍

   1) Todos llevan a alguien a París.
   2) Nadie odia a todos.
   3) Ninguna persona tiene todo.
   4) Todos los escritores escribieron algo.
   5) Algunas acciones no causan nada.
   6) Hay algo que ningún ninja esconde.
   7) Algunos vecinos odian a todos los políticos.
   8) Todos los maestros enseñan algunos temas.
   9) Todos los dioses griegos matan a todos sus enemigos.
   10) No todos los rebeldes generan una revolución.
   11) Hay argumentos válidos que no convencen a nadie.
   12) Si dos líneas cualesquiera no son paralelas, no se da el caso que haya una tercera que sea perpendicular a ambas.
   13) Si los hermanos se pelean, los devoran los de afuera.
   14) Todo autor ha escrito al menos un libro que preferiría no haber escrito.
   15) Los metales se dilatan al ser sometidos a una fuente de calor.
   16) María le prestó su auto a alguien y no recuerda a quién.
   17) Alguien tomó prestado un auto y no piensa devolverlo a su dueño.
   18) Alonso no le regalará nada a Diego sólo si Lautaro sí lo hace.
   19) Un paquete de caramelos no es comida.

20) Los murciélagos vuelan de noche.

21) El que rompe paga.

22) Cualquiera que estudie todo el día no disfrutará la vida.

23) Algunos se aman a sí mismos.

24) Paula tiene una gata a la cual mima.

25) Si sólo asisten filósofos yo no voy.

5. Formalice los siguientes grupos de enunciados utilizando el mismo diccionario en cada grupo. ✍

   1) De lo ocurrido en un baile:
      (1) Alguien sacó a bailar a alguien.
      (2) Hay jóvenes que sacaron a bailar a todos.
      (3) Hay ancianos que no sacaron a bailar a ningún joven.
      (4) Hay ancianos a los cuales ningún joven sacó a bailar.
      (5) Ningún joven se sacó a bailar a sí mismo.
      (6) Algunos ancianos no sacaron a bailar a algunos ancianos.
   2) De jóvenes y adultos:
      (1) Todos los jóvenes obedecen a algún adulto.
      (2) Ningún joven obedece a todos los adultos.
      (3) Si un joven obedece a alguien, entonces éste es adulto.
      (4) Algunos adultos son amigos de todos los jóvenes.
      (5) No todos los jóvenes tienen algún amigo joven.
      (6) Si un joven tiene algún amigo, entonces éste es joven.
   3) De haber visitado ciudades:
      (1) Juan visitó Roma.
      (2) Todos visitaron Roma.
      (3) Nadie ha visitado todas las ciudades.
      (4) Todos han visitado alguna ciudad.
      (5) Hay una ciudad que todos han visitado.
      (6) Todos los que visitaron Roma, visitaron Londres.
      (7) Si Pedro visitó una ciudad, entonces todos la visitaron.
      (8) Los que visitaron una ciudad, visitaron todas.
   4) De canales de televisión:
      (1) Todos los canales de televisión transmiten algún programa.
      (2) Hay programas donde sólo hablan cronistas amarillistas.
      (3) No todos los cronistas son amarillistas.
      (4) Sólo los presidentes hablan en todos los canales de televisión.
      (5) Ningún cronista es presidente.
      (6) Si un cronista es presidente, entonces no es amarillista.
      (7) Todos hablan en los canales de televisión amarillistas.
      (8) Ningún programa es transmitido en todos los canales de televisión.

5) Del Quijote:[35]

(1) Los caballeros tienen amigos.
(2) Los caballeros no tienen amigos.
(3) El Quijote no es ladrón.
(4) El Quijote tiene escudero.
(5) Sancho es escudero.
(6) Sancho no es escudero.
(7) Hay alguien de quien Sancho no es escudero.
(8) Algún escudero es joven.
(9) Algún escudero tiene amigos.
(10) Algún escudero no es joven.
(11) Algún escudero no tiene amigos.
(12) No todos los escuderos son jóvenes.
(13) No todos los caballeros son jóvenes.
(14) Ningún caballero es joven.
(15) Los caballeros son jóvenes.
(16) Los caballeros no son jóvenes.
(17) No es cierto que los caballeros no sean jóvenes.
(18) No hay caballeros que sean jóvenes.
(19) Sancho es escudero de un caballero.
(20) Si Sancho es escudero de un caballero, entonces Sancho es amigo de un caballero.
(21) Si Sancho es escudero de un caballero, entonces Sancho es amigo de ese caballero.
(22) Los amigos de Rinconete son amigos de alguien.
(23) Los escuderos de caballeros son amigos de caballeros.
(24) Los escuderos de caballeros no son amigos de caballeros.
(25) Los escuderos de caballeros son amigos de esos caballeros.
(26) No hay pícaros que no sean ladrones.
(27) No hay escuderos que no sean pícaros.
(28) Para todo caballero hay algún escudero suyo que es su amigo.
(29) Si algún caballero es joven, entonces tiene algún escudero que es su amigo.
(30) Si alguien es joven y pícaro, tiene algún amigo que es ladrón.
(31) El Quijote no tiene ningún amigo ladrón.
(32) No hay ningún caballero que tenga algún escudero que no sea amigo de algún pícaro.
(33) Los caballeros son amigos de sus escuderos a menos que éstos sean ladrones.
(34) Nadie es amigo de un ladrón salvo un ladrón.
(35) No es cierto que Rinconete sea amigo de Sancho, aunque ambos son escuderos del Quijote.
(36) No todo joven y pícaro tiene algún amigo caballero.
(37) Ningún joven y pícaro tiene algún amigo caballero.
(38) Rinconete y Cortadillo son amigos del Quijote, pero no son amigos entre sí.
(39) El Quijote no tiene un escudero ladrón y Sancho es escudero de un caballero que no es joven.

[35] Los ejercicios de este punto son de Falguera Lopez & Martinez Vidal [1, p. 324 y ss.].

(40) Aunque Sancho no es ladrón es amigo de ladrones.

(41) No todo escudero de algún caballero es joven.

(42) Basta que haya alguno que sea ladrón para que no tenga amigos.

(43) Es necesario que tenga escudero para que sea caballero.

(44) A no ser que tenga escudero, no es caballero.

(45) Para todo caballero no hay alguien que sea su amigo, a no ser que tenga un escudero que sea su amigo.

(46) Si algún caballero tiene algún amigo, entonces éste es su escudero.

6. Formalice los siguientes razonamientos, diferenciando premisas de conclusión. Emplee la Teoría de Modelos para confeccionar el diccionario.[36] ✍

   1) El perro es el mejor amigo del ser humano. Luego, Tobi es el mejor amigo de Pedro, dado que es su mascota.

   2) Juan será perdonado por todos. Pues quien roba a un ladrón es perdonado por todos y él ha robado a Felipe que es ladrón.

   3) Todos los dictadores mataron a alguien, aunque algunos dictadores se mataron a sí mismos. Si algún dictador mata a todos los opositores, ningún opositor queda vivo. De modo que algún opositor queda vivo si y sólo si ningún dictador los mata a todos.

   4) Ningún mafioso esconde a todos sus hijos. Además, que ningún mafioso se esconda a sí mismo es condición necesaria para que alguien encuentre a todos los mafiosos. En consecuencia, todos los mafiosos esconden algo, pero hay cosas que ningún mafioso esconde.

   5) Todos los rinocerontes tienen un cuerno. Todos los plantígrados son rinocerontes. Así pues, todos los plantígrados tienen un cuerno.

   6) Ningún fotógrafo pinta. Todos los que no son fotógrafos son escultores. Por tanto, todos los pintores son escultores.

   7) Todo el que ama apasionadamente es desgraciado. Quien oculta su desgracia muere prematuramente. Por tanto, si todos los que son desgraciados ocultan su desgracia, todos los que aman apasionadamente mueren de forma prematura.

   8) Ningún feo despierta pasiones. Todos los atletas despiertan pasiones. Por lo tanto, ningún atleta es feo.

   9) Ningún caballo sabe silbar. Ningún cerdo tiene alas. Todos los que no saben silbar tienen alas. Por consiguiente, ningún caballo es cerdo.

   10) Si todas las mulas son híbridos y ningún híbrido es fértil, entonces ninguna mula es fértil.

   11) Todos los niños son traviesos. Por ende, si Guillermo es un niño, entonces, si todos los seres traviesos son adorables, Guillermo es adorable.

   12) Todos los alcohólicos son unos borrachos. Todos los que sufren *delirium tremens* sufren alucinaciones. Por consiguiente, si todos los borrachos sufren *delirium tremens*, todos los alcohólicos sufren alucinaciones.

   13) Todo ejecutivo que sea un poeta es una persona imaginativa. Toda persona imaginativa es amante del riesgo. Si algún amante del riesgo no gusta de la poesía, ningún poeta es amante del riesgo. En conclusión, si hay alguna persona imaginativa a la que no le guste la poesía, ningún ejecutivo es poeta.

[36] Los ejercicios 5-10 de este punto son de Martín Santos [3].

14) Ningún cuadrúpedo reina en Europa. Algunos mamíferos son cuadrúpedos. Por tanto, hay mamíferos que no reinan en Europa.

15) Las sustancias radiactivas tienen vida corta o un valor medicinal. Ningún isótopo de uranio que sea radiactivo tiene vida corta. Por tanto, si todos los isótopos del uranio son radiactivos, todos los isótopos del uranio tienen un valor medicinal.

16) Si existe algún genio, todos los grandes compositores son genios. Si alguien es temperamental, todos los genios son temperamentales. Por tanto, si alguien es un genio temperamental, todos los grandes compositores son temperamentales.

17) Ninguna persona insegura es psicóloga. Todos los estudiosos de la conducta son psicólogos. Por tanto, ningún estudioso de la conducta es una persona insegura.

18) Los parapsicólogos no son conductistas. Ningún psicólogo es competente en cuestiones extrasensoriales. Los que no son conductistas son competentes en cuestiones extrasensoriales. Por tanto, los parapsicólogos no son psicólogos.

19) Si una cosa se extravía, entonces si toda persona valora su propiedad eso será buscado. Si alguna persona valora su propiedad, toda persona lo hace. Por tanto, si algo se extravía, entonces si alguna persona valora su propiedad, hay algo que será buscado.

7. (**) Indique, si así lo cree, por qué no es posible formalizar adecuadamente el siguiente argumento en $\mathcal{L}_{PO}$. ✍

   El rojo es un color y el planeta Marte es de color rojo. Por lo tanto, el planeta Marte tiene color.

8. Suponga que en $\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$, $D = \{x/x$ es una persona$\}$, $I(O) = \{\langle x, y\rangle/x$ odia a $y\}$ e $I(j) =$ Juan. Traduzca los siguientes enunciados de $\mathcal{L}_{PO}$ al castellano. ✍

   1) $\exists x \forall y Oyx$
   2) $\forall x \exists y Oyx$
   3) $\exists x \forall y (Oxy \leftrightarrow Ojy)$
   4) $\exists x \forall y \forall z (Oxy \wedge \neg Ozx)$
   5) $\forall x (Ojx \rightarrow \neg \forall y \neg Ojy)$

9. Siendo $\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$ tal que $D = \{x/x$ es una persona$\}$, $I(p) =$ Pablo, $I(m) =$ Marcela, $I(P) = \{\langle x, y\rangle/x$ es el padre de $y\}$, $I(M) = \{\langle x, y\rangle/x$ es la madre de $y\}$, $I(E) = \{\langle x, y\rangle/x$ e y están casados$\}$, ¿cuál es el parentesco entre Pablo y Marcela de acuerdo con cada una de las siguientes fórmulas? ✍

   1) $\exists z (Mmz \wedge Mzp)$
   2) $\exists x (Mmx \wedge Exp)$
   3) $\exists x \exists y \exists z (Emx \wedge Pyp \wedge Mzx \wedge Mzy)$
   4) $\exists x \exists y \exists z (Mxm \wedge Pyp \wedge Mzx \wedge Mzy)$

2.3. Una semántica para $\mathcal{L}_{PO}$

Para hacer los ejercicios 6 y 7 vea Gamut [2, §3.6.3]. Para los restantes vea Gamut [2, §3.6.1, §3.6.2].

1. Dados los siguientes modelos para $\mathcal{L}_{PO}$ y oraciones de $\mathcal{L}_{PO}$, evalúe el valor de verdad de las últimas en los modelos correspondientes. ✍

1) $\mathcal{M}_1 = \langle D_1, I_1 \rangle$ tal que:

$D_1 = \{$Sócrates, Platón, Aristóteles$\}$
$I_1(s) =$ Sócrates, $I_1(p) =$ Platón, $I_1(a) =$ Aristóteles
$I_1(R) = \{\langle$Sócrates, Platón$\rangle, \langle$Platón, Aristóteles$\rangle, \langle$Sócrates, Aristóteles$\rangle,$
$\langle$Aristóteles, Aristóteles$\rangle\}$

$$\begin{tikzcd}
\text{Socrates} \arrow[r] \arrow[dr] & \text{Platón} \arrow[d] \\
& \text{Aristóteles} \arrow[loop below]
\end{tikzcd}$$

(1) $\forall x Rxa$
(2) $\exists x Rax$
(3) $\neg \forall x Rxp$
(4) $\exists x \forall y Ryx$
(5) $\exists x \exists y (Rxy \wedge \neg Ryx)$
(6) $\forall x (Rxa \rightarrow \neg Rxs)$
(7) $\forall x (Rxx \vee Rxp)$

2) $\mathcal{M}_2 = \langle D_2, I_2 \rangle$ tal que:

$D_2 = \{1, 2, 3\}$
$I_2(a_1) = 1,\ I_2(a_2) = 2,\ I_2(a_3) = 3$
$I_2(P) = \{1, 3\},$
$I_2(R) = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[dr] & 2 \arrow[d] \\
& 3 \arrow[loop below]
\end{tikzcd}$$

(1) $Ra_2a_3 \leftrightarrow Pa_2$
(2) $\neg Pa_2 \rightarrow Ra_1a_1 \vee Ra_1a_2$
(3) $\exists x \neg Ra_1x$
(4) $\forall z \neg Rzz$
(5) $\exists x \forall y Ryx$
(6) $\forall x \forall y \forall z (Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz)$
(7) $\forall x (\neg Px \leftrightarrow Rxa_3)$
(8) $\exists z \exists y \exists z (Px \wedge Py \wedge Pz)$

3) $\mathcal{M}_3 = \langle D_3, I_3 \rangle$ tal que:[37]

$D_3 = \{$Frege, Husserl, Russell, Wittgenstein$\}$
$I_3(f) =$ Frege, $I_3(h) =$ Husserl, $I_3(r) =$ Russell, $I_3(t) =$ Wittgenstein
$I_3(P) = \{$Russell, Wittgenstein$\}$, $I_3(Q) = \{$Husserl$\}$, $I_3(R) =$

$$\begin{tikzcd}
Frege \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & Husserl \\
Russell \arrow[r] & Wittgenstein \arrow[loop below]
\end{tikzcd}$$

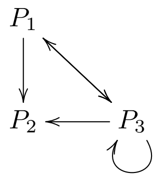
(1) $\exists x (Qx \wedge Rxr)$
(2) $\forall x Rxt$
(3) $\forall x (Px \rightarrow Rxt)$
(4) $\forall x (Px \vee Qx)$
(5) $\exists x (Px \wedge Rxx)$
(6) $\exists x (Rxt \wedge \neg Qx)$
(7) $\forall x (Px \rightarrow \exists y Rxy)$
(8) $\forall x (Qx \rightarrow \forall y \neg Rxy)$

[37] La interpretación de R está dada por el gráfico.

2. Dados los siguientes modelos para $\mathcal{L}_{PO}$ y oraciones de $\mathcal{L}_{PO}$, evalúe el valor de verdad de las últimas en los modelos correspondientes *justificando* mediante las cláusulas de la función valuación (por sustitución) basada en un modelo. ✍

1) $\mathcal{M}_1 = \langle D_1, I_1 \rangle$ tal que:[38]

$D_1 = \{P_1, P_2, P_3\}$
$I_1(a) = P_1,\ I_1(b) = P_2,\ I_1(c) = P_3$
$I_1(P) = \{P_1\},\ I_1(R) =$



(1) $\forall x(Px \to \exists yRyx)$
(2) $\forall x(\neg Px \to \exists yRxy)$
(3) $\exists x\forall yRxy$
(4) $\exists x(\neg Px \land \forall yRxy)$
(5) $\exists x\exists y\exists z(Rxz \land Rxy \land Px \land Ryy)$
(6) $\forall x(Px \lor Rax)$
(7) $\forall x(Rxx \lor Px)$
(8) $\exists x\exists y(Rxy \land Ryx \land \neg Px \land \neg Py)$
(9) $\forall x\forall yRxy$
(10) $\forall x(\exists yRxy \leftrightarrow \exists yRyx)$

2) $\mathcal{M}_2 = \langle D_2, I_2 \rangle$ tal que:
$D_2 = \{1, 2\}$
$I_2(a_1) = 1,\ I_2(a_2) = 2$
$I_2(P) = \{a_1\}$
(1) $\exists x\exists y(Px \land Py)$

3) $\mathcal{M}_3 = \langle D_3, I_3 \rangle$ tal que:
$D_3 = \{3, 4, 5, 6\}$
$I_3(a) = 3,\ I_3(b) = 4,\ I_3(c) = 5,\ I_3(d) = 6$
$I_3(P) = \{x \in D_3 : x \text{ es impar}\},\ I_3(Q) = \{x \in D_3 : x \text{ es un elefante azul}\}$
$I_3(R) = \{\langle x, y \rangle \in D_3^2 : x \text{ es menor que } y\}$

(1) $\exists x(Px \land \forall y(\neg Py \to Ryx)$
(2) $\forall x(Qx \to Pa \land \neg Pa)$
(3) $\neg\forall x\exists yRyx$

4) (*) $\mathcal{M}_4 = \langle D_4, I_4 \rangle$ tal que:[39]
$D_4 = \{x : x \text{ es un número natural}\} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$I_4(a_i) = i,$ para cada $i \in D_4,\ I_4(P) = \{x \in D_4 : x \text{ es impar}\}$
$I_4(R) = \{\langle x, y \rangle \in D_4^2 : x \text{ es divisor de } y\}$

(1) $\forall xRa_1x$
(2) $\exists xRxa_0$
(3) $\forall x\exists yRyx$
(4) $\forall x(Px \to Rxx)$
(5) $\forall x(\neg Px \to Ra_2x)$
(6) $\forall x\neg Ra_0x$
(7) $\forall x(Px \to \neg Ra_2x)$
(8) $\forall x\forall y\forall z(Rxy \land Ryz \to Rxz)$

5) (*) $\mathcal{M}_5 = \langle D_5, I_5 \rangle$ tal que:[40]
$D_5 = \{x : x \text{ es un número natural}\}$
$I_5(a_i) = i,$ para cada $i \in D_5$
$I_5(P) = \{x \in D_5 : x \text{ es primo}\},\ I_5(R) = \{\langle x, y \rangle \in D_5^2 : x \text{ es mayor que } y\}$

[38] La extensión de R está dada por el gráfico.
[39] Recuerde que un número n es divisor de otro m si el resultado de dividir m por n da resto 0.
[40] Recuerde que un número es primo si sólo es divisible (sin resto) por sí mismo y por 1.

(1) $\exists x(Px \wedge Rxa_7)$

(2) $\forall x \exists y Ryx$

(3) $\exists x \forall y Rxy$

(4) $\forall x \exists y(Ryx \wedge Py \wedge Pa_4)$

6) (*) $\mathcal{M}_6 = \langle D_6, I_6 \rangle$ tal que:
$D_6 = \{x : x \text{ es un número entero}\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
$I_6(a_i) = i$, para cada $i \in D_6$
$I_6(P) = \{x \in D_6 : x \text{ es positivo y par}\}$, $I_6(Q) = \{x \in D_6 : x \text{ es impar}\}$
$I_6(R) = \{\langle x, y \rangle \in D_6^2 : x \text{ es menor que } y\}$, $I_6(S) = \{\langle x, y, z \rangle \in D_6^3 : x + y = z\}$

(1) $\forall x \exists y Ryx$

(2) $\forall x \forall y \exists z(Rxz \wedge Rzy)$

(3) $\exists x(\neg Qx \wedge \neg Px)$

(4) $\forall x \forall y \exists z Sxyz$

3. Para *cada una* de las siguientes fórmulas, dé un modelo en el cual sea verdadera y otro en el cual sea falsa, de ser posible. ¿Es alguna de ellas una verdad lógica o una falsedad lógica? Justifique. ✍

1) $Pa \wedge \neg Qa$
2) $Pa \wedge Pb$
3) $\exists x Px \rightarrow \forall x Px$
4) $\exists x(Px \wedge \neg Px) \rightarrow \neg \exists x Px$
5) $\forall x(Px \rightarrow \neg Px)$
6) $\exists z Raz$
7) $\forall x \forall y(Rxy \leftrightarrow Ryx)$
8) $\forall x Px \rightarrow \exists x Px$
9) $\forall x(Px \vee Qx) \rightarrow \forall y My$
10) $\exists x Px \wedge \forall y \neg Py$
11) $\exists x \forall y Rxy \rightarrow \forall y \exists x Rxy$
12) $\forall y \exists x Rxy \rightarrow \exists x \forall y Rxy$

4. Para cada *grupo* de oraciones dado a continuación halle un modelo en el cual todas ellas sean verdaderas y otro en el cual al menos una sea falsa, de ser posible. Clasifique los grupos de oraciones en *satisfacibles* e *insatisfacibles.* ✍

1) (1) $\forall x \forall y \exists z(Rxz \wedge Rzy)$
   (2) $\forall x \neg Rxx$
   (3) $\forall x \forall y \forall z(Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz)$
2) (1) $\neg(Rab \rightarrow Rba)$
   (2) $\exists x \exists y(Rxy \rightarrow Ryx)$
   (3) $\forall x(Px \rightarrow Rxa) \wedge \forall x(\neg Px \rightarrow Rxa)$
   (4) $\forall x \exists y Rxy$
3) (1) $\exists x Px$
   (2) $\neg \forall x \exists y Rxy$
   (3) $\exists x \forall y Ryx \rightarrow Pa$
4) (1) $Pa \wedge Pb \wedge Pc \wedge \neg \forall x Px$
   (2) $Rab \vee Rac \rightarrow \exists x(Px \wedge Rax)$
   (3) $\forall x(Px \leftrightarrow Px) \rightarrow \forall y \exists z Ryz$
   (4) $\neg Raa \wedge \forall x(\neg Px \rightarrow \neg Rax)$

5. Pruebe los siguientes hechos 'por sustitución'. ✍

1) $\forall x Px \vDash \forall y Py$
2) $\exists x Px \vDash \exists y Py$
3) $\forall x \forall y Pxy \vDash \forall y \forall x Pxy$
4) $\exists x \exists y Pxy \vDash \exists y \exists x Pxy$
5) $\exists x \forall y Pxy \vDash \forall y \exists x Pxy$
6) $\forall x Px \wedge \forall x Qx, \forall x(Px \rightarrow Rx) \vDash \forall x Rx$

6. (*) Sea $M = \langle D, I \rangle$ tal que: ✍

   $D = \{1, 2\}$
   $I(a) = 1,\ I(b) = 2$
   $I(P) = \{1\}$

   Considere las siguientes fórmulas—verdaderas en $\mathcal{M}$—e indique si alguna puede volverse falsa en algún modelo que extienda a $\mathcal{M}$, es decir, en un modelo $\mathcal{M}' = \langle D', I' \rangle$ tal que $D \subseteq D'$ y $I(P) \subseteq I'(P)$.

   1) $\exists x Px$
   2) $\neg \forall x Px$

7. (**) Considere el modelo $\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$ tal que: ✍

   $D = \{$Frege, Russell, Tarski, Gödel, Quine$\}$
   $I(a_1) =$ Frege, $I(a_2) =$ Russell, $I(a_3) =$ Tarski, $I(a_4) =$ Gödel
   $I(P) = \{$Frege, Russell, Tarski, Gödel$\}$

   y determine si la siguiente fórmula es verdadera o falsa en $\mathcal{M}$ utilizando el enfoque sustitucional y luego el enfoque asignacional.

   $$\forall x Px \leftrightarrow Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge Pa_4$$

8. Sea $\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$ tal que:[41] ✍

   $D = \{d_1, d_2, d_3\}$
   $I(a_1) = d_1,\ I(a_2) = d_2,\ I(a_3) = d_3$
   $I(P) \subseteq D,\ I(R) \subseteq D^2$

   Encuentre una forma de expresar los siguientes enunciados en $\mathcal{L}_{PO}$ sin utilizar cuantificadores.

   1) $\forall x Px$
   2) $\exists x Px$
   3) (*) $\forall x \exists y Rxy$
   4) (*) $\exists x \forall y Rxy$

9. (*) Suponga que dejamos de lado la restricción de que el dominio de un modelo es siempre no vacío. Indique si las siguientes fórmulas siguen siendo lógicamente verdaderas. ✍

   1) $\exists x (Px \vee \neg Px)$
   2) $\forall x Px \rightarrow \exists x Px$

10. (**) ¿Puede la siguiente fórmula ser verdadera en algún modelo con dominio finito? ¿Es verdadera en *todo* modelo con dominio infinito? ✍

    $$\forall x \neg Rxx \wedge \forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz) \wedge \forall x \exists y Rxy)$$

2.4. Un sistema deductivo para $\mathcal{L}_{PO}$

Para hacer los ejercicios de esta sección vea Gamut [2, §4.3.6].

1. Considere las siguientes afirmaciones de consecuencia sintáctica entre fórmulas de $\mathcal{L}_{PO}$. Debajo de cada una de ellas se ofrece una secuencia de pasos que pretende ser una derivación de la conclusión a partir de las premisas. Indique, en cada caso, si se trata de una derivación legítima. De *no* serlo, justifique y decida si la afirmación es verdadera a pesar de que la derivación no es correcta. De serlo, dé una derivación correcta. ✍

[41] La interpretación de las letras de predicado no es relevante y, por lo tanto, no es especificada.

1) $\exists x Axc \vdash \forall x Axx$

1. $\exists x Axc$	premisa
2. Acc	supuesto
3. $\forall x Axx$	I$\forall$ 2
4. $Acc \to \forall x Axx$	I$\to$ 2-3
5. $\forall x Axx$	E$\exists$ 1,4

2) $\exists x \forall y Pxy \vdash \forall x \exists y Pxy$

1. $\exists x \forall y Pxy$	premisa
2. $\forall x Pxa$	supuesto
3. Paa	E$\forall$ 2
4. $\exists y Pay$	I$\exists$ 3
5. $\forall x Pxa \to \exists y Pay$	I$\to$ 2-4
6. $\exists y Pay$	E$\exists$ 1,5
7. $\forall x \exists y Pxy$	I$\forall$ 6

3) $\forall z(Pz \land Rb \to Qzb) \vdash \forall z Pz$

1. $\forall z(Pz \land Rb \to Qzb)$	premisa
2. $Pa \land Rb \to Qab$	E$\forall$ 1
3. Pa	E$\land$ 2
4. $\forall z Pz$	I$\forall$ 3

4) $\forall x \forall y Pxy \vdash \forall y \forall x Pxy$

1. $\forall x \forall y Pxy$	premisa
2. $\forall y Pay$	E$\forall$ 1
3. Pab	E$\forall$ 2
4. $\forall y Pyb$	I$\forall$ 3
5. $\forall x \forall y Pyx$	I$\forall$ 4

5) $\forall x(Ax \to Bx), \exists x Ax \vdash \exists x Bx$

1. $\forall x(Ax \to Bx)$	premisa
2. $\exists x Ax$	premisa
3. $Aa \to Ba$	E$\forall$ 1
4. Ba	E$\exists$ 2,3
5. $\exists x Bx$	I$\exists$ 4

2. Pruebe los siguientes hechos utilizando el sistema de Deducción Natural.[42] ✍

1) $\forall x Px \vdash \forall y Py$
2) $\exists x Px \vdash \exists y Py$
3) $\exists x \exists y Pxy \vdash \exists y \exists x Pxy$
4) $\exists x \forall y Pxy \vdash \forall y \exists x Pxy$
5) $\forall x Px \land \forall x Qx, \forall x(Px \to Rx) \vdash \forall x Rx$
6) $\forall x(Px \to Qx), \forall x(\neg Sx \to \neg Qx) \vdash \forall x(Px \to Sx \lor Rx)$
7) $\forall x Rxa, \exists x Rxb \vdash \exists x \exists y(Rxa \land Ryb)$
8) $\forall x(Ax \land \neg Bx) \vdash \forall y \neg(Ay \to By)$
9) $\exists y(Qy \land \neg Py) \vdash \exists x(\neg Px \lor \neg Qx)$
10) $\exists x \neg(Px \to Qx) \vdash \neg \forall x(Px \to Qx)$
11) $\exists x(Px \to Qx), \forall x(\neg Qx \land (Rx \to Px)), Ra \vdash \bot$
12) $\forall z(Raz \lor Rbz) \vdash \forall x \exists y(Ryx \lor Ryx)$
13) $\forall x \neg\neg(Ax \to Bx) \vdash \neg \exists x(Ax \land \neg Bx)$
14) $\forall x(Px \to Qx), \forall x(Qx \to \neg Rx) \vdash \neg \exists x \neg(Px \to \neg Rx)$
15) $\forall x Px \vdash \neg \exists x \neg Px$
16) $\neg \exists x \neg Px \vdash \forall x Px$
17) $\exists x Px \vdash \neg \forall x \neg Px$
18) $\neg \forall x \neg Px \vdash \exists x Px$
19) $\forall x \neg Px \vdash \neg \exists x Px$
20) $\neg \exists x Px \vdash \forall x \neg Px$

[42] La vasta mayoría de los ejercicios que siguen fueron tomados de Falguera [1, p. 295 y ss].

21) $\exists x \neg Px \vdash \neg \forall x Px$

22) $\neg \forall x Px \vdash \exists x \neg Px$

23) $\neg \exists x(Tx \wedge Rxa), \exists x \neg(Sx \to Tx) \vdash \exists x(\neg Tx \vee Qx)$

24) $\forall x(\neg Px \vee Qx), \forall x(\neg Sx \to Px), \exists x \neg Sx \vdash \exists x(Tx \to Qx)$

25) $\neg \exists x \neg(\neg Px \vee Mx), \exists x \neg Mx \vdash \exists x \neg Px$

26) $\forall x(Px \vee Qx) \to \forall x Rx, \forall x Px \vdash \exists x Rx$

27) $\forall x(Rx \to \neg Qx), \forall x(Px \to Qx) \vdash \forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$

28) $\forall x Px \to \forall x Qx, \neg Qa \vdash \neg \forall x Px$

29) $\forall x(Px \to Qx), \forall x(\neg Sx \to \neg Qx), \neg \forall x Sx \vdash \exists x \neg Px$

30) $\forall x(Tx \to Mx), \forall x \neg(Mx \wedge Rx), \forall x(Tx \to (Px \to Rx)) \vdash \forall x(Tx \to \neg(Mx \to Px))$

31) $\forall x(Px \vee Tx), \forall x(Px \to (\neg Tx \to \neg Qx)), \forall x((Qx \wedge Mx) \vee Qx) \vdash \forall x(Sx \to Tx)$

32) $\forall x(Tx \to Qx), \forall x \neg(Px \vee \neg Tx) \vdash \exists x(\neg Px \wedge Qx)$

33) $\forall x(Sx \to \neg Rx), \exists x \neg(\neg Px \vee \neg Rx) \vdash \exists x(Px \wedge \neg Sx)$

34) $\forall x(Px \to Qx \vee Rx), \exists x(\neg Qx \wedge Px) \vdash \exists x Rx$

3. Muestre que existe una derivación de la conclusión a partir de las premisas en cada razonamiento del ejercicio 6 de §2.2.2 de esta guía sólo a partir del punto 5.

Soluciones

0.1.

1. 1) Sí. ‘Todos los hombres desean por naturaleza saber.’
   2) Sí. ‘Las grandes cosas del pasado no levantan en nosotros el mismo ardor’.
   3) Sí. ‘La solución de las oposiciones teóricas no es tarea exclusiva del conocimiento.’
   4) Sí. ‘Preservar la propia felicidad es un deber’.
   5) Sí. ‘La ciencia es necesaria para la verdadera felicidad’.
   6) Sí. ‘Uno no puede poner objeciones cuando otros le pidan cuentas de su acción tras haber asesinado’.
   7) Sí. ‘Es arduo tener que ocuparse de la manera como hay que tratar a los sometidos’.
   8) No.

2. 1) El argumento parece ser válido.[43]

      Premisa: Si todas las cosas pueden no ser, hubo un tiempo en que no hubo nada.
      Premisa: Si hubo un tiempo en que no hubo nada, tampoco ahora habría algo.
      Premisa: Ahora hay algo.
      Conclusión: Es preciso que en la realidad haya algo necesario (que no puede no ser).

   2) El argumento parece ser válido.

      Premisa: Un contrato consiste en una mutua transferencia de derechos entre dos entidades.
      Premisa: Un pacto es un tipo especial de contrato.
      Premisa: Las bestias no entienden ni aceptan ninguna traslación de derecho, ni pueden transferir un derecho a otro.
      Conclusión: No hay pactos con las bestias.

   3) El argumento parece ser válido.

      Premisa: Querendemo es padre.
      Premisa: Sofronisco es diferente de Querendemo.
      Premisa: Si algo es diferente de otra cosa que es padre entonces lo primero no es padre.
      Conclusión: Sofronisco no es padre.

   4) El argumento no parece ser válido tal como está. Podría transformarse en un razonamiento válido si agregáramos algunas premisas, como por ejemplo que nada puede precederse en existencia a sí mismo y que tener experiencias externas implica representarme las cosas como exteriores, diferentes y en diferentes lugares. Ambas premisas adicionales resultan sumamente plausibles en este contexto y podríamos decir que Kant las ha omitido o bien por obvias o bien por haber sido presentadas con anterioridad en el texto original. Aquellos argumentos que resultan válidos cuando se agregan premisas que no han sido explicitadas por estar presupuestas en el contexto se denominan ‘entimemas’.

      Premisa: Para que yo pueda representarme las cosas como exteriores, diferentes y en diferentes lugares, debe existir ya en principio la representación del Espacio.
      Conclusión: El Espacio no es un concepto derivado de experiencias externas.

[43] Eso no implica que debamos aceptar la conclusión. Lo haremos a condición de que aceptemos primeramente las premisas.

5) El argumento no parece ser válido, pues nada en las premisas nos autoriza a concluir que el Espacio, de acuerdo con nuestra concepción, es una intuición, aunque sí que no es un concepto. Sin embargo, podríamos estar frente a un entimema, faltando la premisa de que toda representación es o bien una intuición o bien un concepto.

   Premisa: De acuerdo con nuestra concepción, el espacio contiene *en sí* una multitud infinita de representaciones.

   Premisa: Ningún concepto como tal contiene *en sí* una multitud infinita de representaciones.

   Conclusión: Nuestra concepción del Espacio es, pues, una intuición *a priori* y no un concepto.

6) El argumento no parece ser válido (ni parece tener pretensiones de serlo).

   Premisa: Los juicios de cada uno son rectos y verdaderos.

   Conclusión: Protágoras no tiene ningún privilegio ni sabiduría para tener derecho a enseñar a los demás, y para poner sus lecciones a tan alto precio.

7) Si reponemos la segunda premisa (que parece estar presupuesta en el contexto), el argumento parece lograr establecer con validez la primera parte de la conclusión, pero la segunda—que todos llaman a esta causa eficiente primera 'Dios'—no parece tener ninguna evidencia en las premisas. El argumento no parece ser válido por tanto.

   Premisa: En las cosas sensibles hay un orden de causas eficientes.

   Premisa: O bien hay en este orden una causa eficiente primera, o bien hay algo que es causa eficiente de sí mismo, o bien hay un regreso al infinito de causas eficientes.

   Premisa: No es posible que algo sea causa eficiente de sí mismo.

   Premisa: Si no hubiere algo primero en las causas eficientes, no habrá algo último, ni intermedio.

   Premisa: Si se procediese al infinito en las causas eficientes, no habrá causa primera, y así no habrá efecto último, ni causa eficiente intermedia.

   Conclusión: Existe alguna causa eficiente primera, a la cual todos llaman 'Dios'.

8) El argumento parece ser válido.

   Premisa: El alma siempre trae con ella la vida.

   Premisa: Nada recibirá lo contrario de lo que lleva en sí mismo.

   Conclusión: El alma no recibirá jamás a la muerte y no morirá jamás.

9) El argumento parece ser válido.

   Premisa: Existe en el entendimiento algo mayor que lo cual nada puede pensarse.

   Premisa: Si algo existe en la realidad es mayor que lo mismo existiendo sólo en el entendimiento.

   Conclusión: Existe algo mayor que lo cual nada puede pensarse, tanto en el entendimiento como en la realidad.

10) El argumento no parece ser válido, pero podría considerarse un entimema, agregando la premisa según la cual toda idea ha de tener una causa.

   Premisa: Debe haber, por lo menos, tanta realidad formal en la causa de una idea como hay realidad objetiva en la idea.

   Premisa: Sólo algo que tenga todas las propiedades atribuidas a Dios tiene tanta realidad formal como realidad objetiva hay en su idea.

   Conclusión: Dios existe.

11) El argumento no parece ser válido, pues procede por inducción.

   Premisa: Toda impresión simple va acompañada de una idea correspondiente.

   Conclusión intermedia: Existe una dependencia por parte de las impresiones de las ideas

o de las ideas de las impresiones.
Premisa: Las impresiones siempre aparecen primero que las ideas.
Conclusión: Nuestras impresiones son las causas de nuestras ideas y no nuestras ideas de nuestras impresiones.

12) El argumento parece ser válido.
Premisa: Continuamente cuando consideramos dos sucesos, ninguno de los cuales aconteció, distinguimos entre ellos diciendo que, mientras el uno era posible, aunque no aconteció, el otro era imposible.
Premisa: Lo que queremos decir con esto es a menudo verdadero.
Conclusión: Todo el que afirme sin restricción que 'nada nunca podría haber sucedido, sino lo que sucedió' está afirmando una falsedad.

13) El argumento sería aparentemente válido si agregáramos la premisa implícita de que las contradicciones son usualmente consideradas falsas. Parece ser un entimema.
Premisa: Si las contradicciones no tuvieran contenido, no podríamos siquiera entender a alguien que haya afirmado una, y por ende no podríamos evaluarlas como falsas.
Conclusión: La afirmación de que las contradicciones no tienen contenido es falsa. 🚲

0.2.

1. 1) Falso. El argumento cuya premisa es 'La nieve es blanca' y cuya conclusión es 'El pasto es verde' no es válido.
   2) Falso. El argumento cuya premisa es 'La nieve es negra' y cuya conclusión es 'La nieve es negra' es válido, pues es imposible que la premisa sea verdadera y la conclusión falsa.

   Los enunciados restantes son verdaderos. 🚲

2. Brevemente, de acuerdo con el principio de composicionalidad del significado, primero debemos conocer el significado de las partes componentes de una expresión compuesta para comprender esta última, mientras que el principio del contexto nos indica, al contrario, que primero debemos comprender el significado de la expresión compuesta para entender el significado de sus componentes. Parece entonces que no seríamos capaces jamás de comprender una expresión compuesta. 🚲

1.1.

1. Ninguna en 1)−3) y 5)−7).
   4) Dos conectivas: negación y conjunción, dadas por 'Ni . . . ni'.
   8) Una conectiva: el condicional material dado por 'únicamente si'.
   9) Una conectiva: el condicional material dado por el modo, 'Si' y la coma.
   10) Una conectiva: el bicondicional dado por 'cuando y solamente cuando'. 🚲

2. No es posible para las oraciones 1)−6). 7) es falsa y 8) es verdadera. 🚲

1.2.

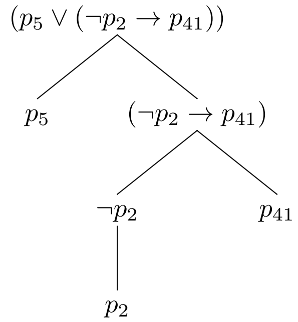
1.2.1.

1. 1) No, porque p y q no son letras proposicionales de $\mathcal{L}$.

2) No, porque una disyunción sólo da lugar a fórmulas cuando se escriben paréntesis antes de la primera fórmula y después de la segunda.

3) *Idem.*

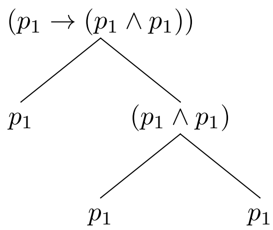
4) Sí, su signo principal es $\vee$.



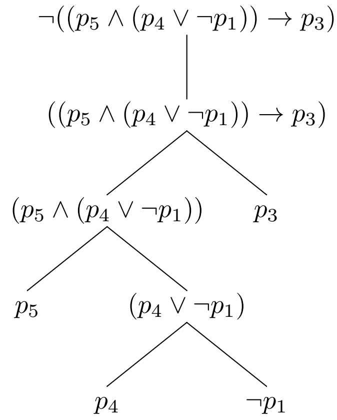
5) No, ninguna cláusula de buena formación de fórmulas permite yuxtaponer fórmulas.

6) No, faltan paréntesis exteriores.

7) Sí, su signo principal es $\to$.



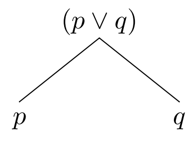
8) Sí, su signo principal es $\neg$.



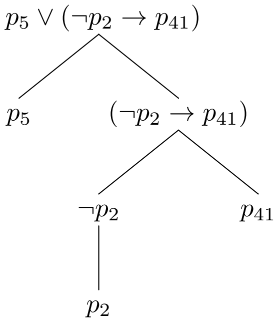
9) No, p no es una letra proposicional de $\mathcal{L}$ y aún si lo fuera no debería tener paréntesis a su alrededor.

10) No, p, q, r y s no son letras proposicionales de $\mathcal{L}$.

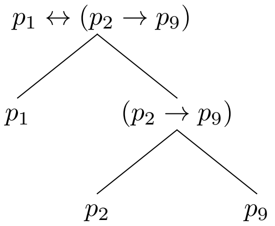
2. 1) Signo principal: $\vee$.



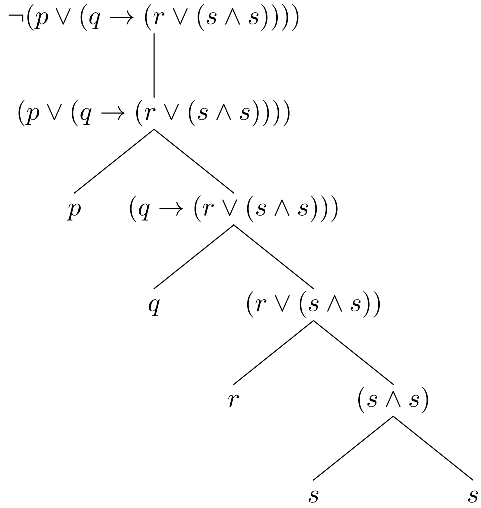
3) Signo principal: $\vee$.



6) Signo principal: $\leftrightarrow$.



10) Signo principal: $\neg$.



3. 1) $p \wedge (q \vee p)$
   2) $(q \to q) \leftrightarrow \neg q$
   3) $\neg(r \leftrightarrow s) \vee (p \to (q \wedge s))$
   4) $\neg(p \vee (q \to (s \wedge r)))$

4. 1) Falso, porque la definición de fórmula de $\mathcal{L}$, mediante los paréntesis requeridos en la cláusula (iii), evita todo tipo de ambigüedades.
   2) Falso, porque el árbol constructivo de una fórmula consiste en una secuencia finita de fórmulas obtenidas aplicando las cláusulas de la definición de fórmula de $\mathcal{L}$, cuyo resultado es unívoco.
   3) Verdadero. Consideremos por ejemplo la fórmula $\neg(\neg p \wedge \neg p) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg p)$.
   4) Verdadero, porque en el caso más pequeño, se necesitan dos letras proposicionales para obtener una fórmula con una conectiva binaria. Y luego, si se quisieran agregar más conectivas de este tipo, se deberá contar con otras letras proposicionales u otras fórmulas que como mínimo tendrán a su vez dos letras proposicionales por conectiva binaria en ellas.
   5) Falso. Consideremos por ejemplo la fórmula $\neg\neg p$.
   6) Falso. Consideremos un caso en el cual φ es $\neg p$ y ψ es p. La fórmula en cuestión sería $(\neg p \vee \neg p)$, que sólo tiene tres subfórmulas: p, $\neg p$ y $(\neg p \vee \neg p)$.
   7) Verdadero, porque la longitud de sus respectivos árboles constructivos es la misma.

5. No es adecuada, porque, por ejemplo, la cláusula b. permite que $\neg p_1 p_3 p_4$ sea una fórmula de $\mathcal{L}$ y la cláusula c. que $\wedge \wedge \wedge$ lo sea, porque que ninguna de estas cláusulas indica que φ o ψ deban ser ya fórmulas para dar lugar a nuevas fórmulas.

6. 1) $f(\varphi)$ es el número de conectivas (no necesariamente distintas) que aparecen en φ.
   2) $f(\varphi)$ es el número de símbolos (no necesariamente distintos) del vocabulario de $\mathcal{L}$ que aparecen en φ, *i.e.* la longitud de φ.

7. 1) *Paso base: φ tiene 0 conectivas.* φ es entonces una letra proposicional. Ergo, tiene 0 paréntesis y, por ende, tantos derechos como izquierdos.

   Paso inductivo: si ψ tiene menos de n conectivas, tiene tantos paréntesis derechos como izquierdos. Si φ tiene n conectivas es, o bien el resultado de negar una fórmula ψ, en cuyo caso sus paréntesis derechos e izquierdos son los mismos que los de ψ, y como ψ tiene $n-1$ conectivas deben ser iguales en cantidad, o bien resulta de unir dos fórmulas ψ y χ mediante una conectiva binaria. Luego, tanto ψ como χ tienen menos de n conectivas y, por ende, la misma cantidad de paréntesis derechos que de izquierdos. φ agrega uno de cada lado, con lo cual sigue teniendo tantos paréntesis derechos como izquierdos.

   Por el principio de Inducción Matemática Completa, todas las fórmulas de $\mathcal{L}$ tienen tantos paréntesis derechos como izquierdos.

   2) *Paso base: φ tiene 0 conectivas.* φ es entonces una letra proposicional. Ergo, tiene 1 letra proposicional y 0 conectivas binarias, esto es, más letras proposicionales que conectivas binarias.

   Paso inductivo: si ψ tiene menos de n conectivas, tiene más letras proposicionales que conectivas binarias. Si φ tiene n conectivas es, o bien el resultado de negar una fórmula ψ, en cuyo caso sus letras proposicionales y conectivas binarias son las mismas que las de ψ, y como ψ tiene $n-1$ conectivas las primeras deben ser más que las segundas, o bien resulta de unir dos fórmulas ψ y χ mediante una conectiva binaria. Luego, tanto ψ como χ tienen menos de n conectivas y, por ende, más letras proposicionales que conectivas binarias. Juntas, sus letras proposicionales superan a sus conectivas binarias al menos en 2. φ agrega sólo una conectiva binaria y, por tanto, sus letras proposicionales son más que sus conectivas binarias.

   Por el principio de Inducción Matemática Completa, todas las fórmulas de $\mathcal{L}$ tienen más letras proposicionales que conectivas binarias. 🚲

1.2.2.

1. 1) p: Veo un tigre.

$$p$$

   2) p: Veo un tigre feroz delante de mí.

$$p$$

   3) p: La lluvia cae lentamente.

$$p$$

   4) p: La lluvia cae lentamente.
   q: La lluvia cae suavemente.

$$p \wedge q$$

   5) p: Marcos fue a Buzios.
   q: Luciana fue a Río.

$$p \wedge q$$

   6) p: Simba es un felino.
   q: Mufasa es un felino.

$$p \wedge q$$

   7) p: Luisana y Michael son novios.

$$p$$

   8) p: Luisana quiere a Michael.
   q: Michael quiere a Luisana.

$$p \wedge q$$

   9) p: El nombre de Dios es pronunciable.

$$\neg p$$

10) p: Patricia va a buscar a Martín.
q: Martín le pide a Patricia que lo vaya a buscar.

$$p \leftrightarrow q$$

11) p: Todos odian a María.
q: María maltrata al mesero.

$$q \rightarrow p$$

12) p: Llueve.
q: Luis está triste.

$$p \rightarrow q$$

13) p: Horacio hace gimnasia.
q: Horacio tiene problemas de salud.

$$p \rightarrow q$$

14) p: Peter va al cine.
q: Peter va al teatro.

$$p \vee q$$

15) p: Comemos knishes.
q: Comemos varénikes.

$$p \veebar q$$

16) p: María va al cine.
q: Una chica invita a María al cine.

$$p \rightarrow q$$

17) p: El agua de esta canilla sale fría.
q: El agua de la canilla sale sucia.

$$p \vee q$$

18) p: Todo sucedió en Londres y en Roma.

$$p$$

19) p: Creo que el DT eligió a Messi como capitán porque lo necesita como líder.

$$\neg p$$

20) p: 2 más 2 es 4.
q: El partido dice que 2 más 2 es 4.

$$p \leftrightarrow q$$

21) p: El calentamiento global se debe a los ataques de los piratas.

$$\neg p$$

22) p: Hay crisis.
q: Hay concienciación.

$$q \rightarrow p$$

23) p: Nito Artaza se baja de su candidatura.
q: La interna radical se anula.

$$p \rightarrow q$$

24) p: Mi voto es positivo.

$$\neg p$$

25) p: Juan Pablo existe.
q: Juan Pablo sufre.

$$p \leftrightarrow q$$

26) p: María canta en español.
q: María vende discos.

$$p \leftrightarrow q$$

27) p: La Paz es capital de Bolivia. q: Sucre es capital de Bolivia.

$$p \wedge q$$

28) p: Los hinchas de Vélez se entusiasmaron con el resultado del último partido.

$$p$$

29) p: Alguien está llamando a la puerta.

$$p$$

30) p: Córdoba está al norte de Buenos Aires.
q: Córdoba está al norte de La Pampa.

$$p \vee q$$

31) p: Córdoba está al norte de La Pampa.
q: La Pampa está al norte de Córdoba.

$$p \vee q$$

32) p: Alguien está llamando a la puerta.

$$\neg p$$

33) p: La actuación del representante fue leal.

$$\neg p$$

34) p: Me dolió su ingratitud.

$$p$$

35) p: Esto se termina en algún momento.

$$\neg p$$

2. 1) Hoy **no** hace calor.
   p: Hoy hace calor.

$$\neg p$$

2) **Ni** Martín **ni** Susana son cordobeses.
   p: Martín es cordobés.
   q: Susana es cordobesa.

$$\neg p \wedge \neg q$$

3) **No es el caso que** Martín **y** Susana sean cordobeses.
   p: Martín es cordobés.
   q: Susana es cordobesa.

$$\neg(p \wedge q)$$

4) **Si** Martín es cordobés**,** Susana también lo es.
   p: Martín es cordobés.
   q: Susana es cordobesa.

$$p \rightarrow q$$

5) **Aunque** Martín y Susana son primos, **no** se hablan.
   p: Martín y Susana son primos.
   q: Martín y Susana se hablan.

$$p \wedge \neg q$$

6) Sofía está cursando Lógica **y** Antigua **o ninguna** de las dos cosas.
   p: Sofía está cursando Lógica.
   q: Sofía está cursando Antigua.

$$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

7) Marco **no** quiere ni pensar en volver.
   p: Marco quiere pensar en volver.

$$\neg p$$

8) **Si** Justina obtiene la beca**,** se quedará en Buenos Aires; **pero si no** la obtiene irá a Nueva York.
   p: Justina obtiene la beca.
   q: Justina se queda en Buenos Aires.
   r: Justina va a Nueva York.

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$$

9) **No es cierto que sea falso que no** llueva.
   p: Llueve.

$$\neg\neg\neg p$$

10) **Es necesario que** todos rindan el primer parcial **para** aprobar Moderna.
   p: Todos rinden el primer parcial de Moderna.
   q: Todos aprueban el parcial de Moderna.

$$(q \rightarrow p)$$

11) El nóema **no** puede ser real **pero tampoco** puede ser inmanente.
p: En nóema puede ser real.
q: El nóema puede ser inmanente.

$$\neg p \wedge \neg q$$

12) Alonso volverá **sólo si no** consigue una beca doctoral **o** le insistimos mucho.
p: Alonso vuelve.
q: Alonso consigue una beca doctoral. r: Insistimos mucho a Alonso para que vuelva.

$$p \rightarrow (\neg q \vee r)$$

13) Pablo promocionará Lógica **si y sólo si** saca 7 **o** más de 7 de promedio en los parciales.
p: Pablo promociona Lógica.
q: Pablo saca 7 de promedio en los parciales.
r: Pablo saca más de 7 de promedio en los parciales.

$$p \leftrightarrow (q \vee r)$$

14) **Siempre que** hay elecciones, la facultad está superpoblada de carteles.
p: Hay elecciones en la facultad.
q: La facultad está superpoblada de carteles.

$$p \rightarrow q$$

15) Tasio tendrá puesto de trabajo, **a menos que no** lo desee.
p: Tasio tiene el puesto de trabajo.
q: Tasio desea el puesto de trabajo.

$$p \leftrightarrow q$$

16) **Cuando** defendés la tesis te dan el título.
p: Defendés la tesis.
q: Te dan el título.

$$p \rightarrow q$$

17) Nicolás **y** Macarena aprobarán Antigua **sólo si** entregan el parcial domiciliario.
p: Nicolás aprueba Antigua.
q: Macarena aprueba Antigua.
r: Nicolás entrega el parcial domiciliario.
s: Macarena entrega el parcial domiciliario.

$$(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$$

18) **A no ser que** viaje, Barrio dictará el teórico del lunes.
p: Barrio está de viaje el lunes.
q: Barrio dicta el teórico el lunes.

$$(\neg p \leftrightarrow q)$$

19) Pablo será licenciado en filosofía **única y exclusivamente si** defiende su tesis de licenciatura.
p: Pablo es licenciado en filosofía.
q: Pablo defiende su tesis de licenciatura.

$$p \leftrightarrow q$$

20) **Es suficiente que** algunos **no** comprendan **para que** el tema vuelva a ser explicado.
p: Todos comprenden el tema.
q: El tema vuelve a ser explicado.

$$\neg p \to q$$

21) **Es falso que** alguien llame a la puerta **y nadie** haya ido a abrirle.
p: Alguien llama a la puerta.
q: Alguien abre a quien llama a la puerta.

$$\neg(p \land \neg q)$$

22) **No es cierto que si** la moral **no** es categórica**,** el relativismo moral es correcto.
p: La moral es categórica.
q: El relativismo moral es correcto.

$$\neg(\neg p \to q)$$

23) Que Platón **no** sea bien interpretado **es condición necesaria para que** se lo considere un pensador anti-democrático.
p: Platón es bien interpretado.
q: Se considera a Platón un pensador anti-democrático.

$$q \to \neg p$$

24) San Agustín es un padre del catolicismo, **aunque si** el Papa lo conociera**,** lo acusaría de infiel **o** de hereje.
p: San Agustín es un padre del catolicismo.
q: El Papa conoce a Agustín.
r: El Papa acusa a Agustín de infiel.
s: El Papa acusa a Agustín de hereje.

$$p \land (q \to (r \lor s))$$

25) La felicidad es el fin del ser humano **si y sólo si** la filosofía moderna **y** la contemporánea **no** tienen razón.
p: La felicidad es el fin del ser humano.
q: La filosofía moderna tiene razón.
r: La filosofía contemporánea tiene razón.

$$p \leftrightarrow (\neg q \land \neg r)$$

26) Estamos en verano **o** primavera, **o** estamos en **alguna otra** estación **y no** hace calor.
p: Estamos en verano.
q: Estamos en primavera.
r: Hace calor.

$$(p \lor q) \lor ((\neg p \land \neg q) \land \neg r)$$

27) **Es falso que** la matemática y la lógica sean una misma disciplina, **a pesar de que** ha habido filósofos **y** lógicos que han creído esa tesis.
p: La matemática y la lógica son una misma disciplina.
q: Ha habido filósofos que han creído que la matemática y la lógica son una misma disciplina.
r: Ha habido lógicos que han creído que la matemática y la lógica son una misma disciplina.

$$\neg p \land (q \land r)$$

28) **No es verdad que** Watson resuelve el caso **siempre y cuando** Sherlock **no** lo hace.
p: Watson resuelve el caso.
q: Sherlock resuelve el caso.

$$\neg(p \leftrightarrow \neg q)$$

3. 1) p: Dios existe.
q: Todo está permitido.
r: La teología cristiana dice la verdad.
s: La teología judía dice la verdad.

$$(p \wedge q) \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$$

2) p: Mill sostuvo una posición deontológica.
q: Mill sostuvo una posición teleológica.
r: El profesor de Ética puede encasillar a Mill junto a Kant.
s: El profesor de Ética puede encasillar a Mill junto a Aristóteles.

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)$$

3) p: El argumento de Anselmo es bueno.
q: Dios existe.
r: Dios es el ente más perfecto que se puede pensar.

$$p \rightarrow (r \rightarrow q)$$

4) p: El primer argumento de Santo Tomás para probar la existencia de Dios es considerado bueno en la clase.
q: El segundo argumento de Santo Tomás para probar la existencia de Dios es considerado bueno en la clase.
r: El primer argumento de Santo Tomás para probar la existencia de Dios es considerado malo en la clase.
s: El segundo argumento de Santo Tomás para probar la existencia de Dios es considerado malo en la clase.

$$(p \vee r) \wedge (q \vee s)$$

5) p: Wittgenstein escribió el *Tractatus.*
q: Wittgenstein escribió las *Investigaciones Filosóficas.*
r: Recopilar anotaciones es escribir un libro.
s: Recopilar anotaciones es escribir un texto filosófico.

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee s)$$

6) p: El lenguaje es modular.
q: El lenguaje es holista.
r: El reconocimiento de oraciones es modular.
s: El reconocimiento de oraciones es holista.
t: El reconocimiento de oraciones funciona con información encapsulada.

$$(p \vee q) \wedge (t \rightarrow (r \wedge \neg s))$$

7) p: El argumento cartesiano funcional.
q: Descartes piensa.
r: Descartes existe.

$$p \leftrightarrow (q \rightarrow r)$$

8) p: Ricardo Piglia es uno de los dos mejores escritores argentinos.
q: César Aira es uno de los dos mejores escritores argentinos.
r: Consideramos a los escritores argentinos muertos.
s: Consideramos a los escritores argentinos que viven en el extranjero.

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg r \wedge \neg s)$$

9) p: Orson Welles y Rita Hayworth fueron pareja.
q: Welles actuó en *La dama de Shanghai*.
s: Hayworth actuó en *La dama de Shanghai*.
t: Hayworth actuó en *Gilda*.
u: Welles actuó en *Gilda*.

$$(p \wedge (q \wedge r)) \wedge (t \wedge \neg u)$$

10) p: Mueres.
q: Ves todo iluminado por una luz roja.
r: Ves todo iluminado por una luz azul.
s: Quedas ciego.

$$(p \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg p \rightarrow (s \wedge (\neg q \wedge \neg r)))$$

11) p: Juan fue al hotel.
q María fue al hotel.
r: Juan y María son amantes.

$$\neg r \rightarrow \neg(p \wedge q)$$

12) p: Vamos a pasear.
q: Sale el sol.

$$p \rightarrow q$$

13) p: Venero al Diablo.
q: Venero a Dios.
r: Voy al infierno.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

14) p: Venero al Diablo.
q: Venero a Dios.
r: Voy al cielo.

$$p \rightarrow (r \rightarrow q)$$

4. 1) p: Puedo rechazar la idea de que pienso.
q: Pienso.
r: Existo.

$$\begin{array}{c} \neg p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \neg p \\ \hline q \end{array}$$

2) p: Córdoba está al norte de Buenos Aires.

q: Córdoba está al norte de La Pampa.
r: Córdoba está al norte de Neuquén.
s: Neuquén está al norte de Chubut.
t: Córdoba está al norte de Chubut.

$$\begin{array}{c} (p \wedge q) \wedge r \\ s \\ \hline t \end{array}$$

3) p: El sujeto trascendental posee categorías del entendimiento.
q: El sujeto trascendental percibe objetos.
r: El sujeto trascendental tiene representaciones aisladas.

$$\begin{array}{c} (q \wedge \neg r) \rightarrow p \\ q \\ \hline p \end{array}$$

4) p: Podemos fiarnos del testimonio de los sentidos.
q: Los sentidos nos engañan.

$$\begin{array}{c} \neg p \\ \hline q \end{array}$$

5) p: Sirve de algo preparase para la lucha.
q: La situación prebélica es repetible.

$$\begin{array}{c} \neg q \rightarrow \neg p \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

6) p: Vélez le gana a San Lorenzo.
q: Vélez queda primero en la tabla.
r: San Lorenzo tiene chance.

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg r \\ \hline q \end{array}$$

7) p: Me escuchás.
q: Me voy.
r: Me entendés.

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ (p \wedge \neg r) \rightarrow q \\ \neg r \\ \hline q \end{array}$$

8) p: El buen sentido es la cosa mejor repartida.
q: Todos están conformes con la parte de buen sentido que les ha tocado.
r: Todos creen poseer buen sentido en mayor grado que el resto.

$$\begin{array}{c} q \wedge r \\ \hline p \end{array}$$

9) p: La mente superviene del cuerpo.
q: Cualesquiera dos entidades físicamente idénticas tienen necesariamente los mismos estados mentales.

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

10) p: Los conceptos son entidades subjetivas.
q: Los conceptos son entidades objetivas.
r: Puede hacerse lógica.
s: Es posible explicar el status metafísico de los conceptos.

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ q \rightarrow (r \wedge \neg s) \\ p \rightarrow (\neg r \wedge s) \\ \neg s \\ \hline q \wedge r \end{array}$$

11) p: Renunciamos a comprender el mundo.
q: Nos dedicamos a cambiar el mundo.
r: Abandonamos la filosofía.
s: Creemos que la tesis sobre Feuerbach es correcta.

$$\begin{array}{c} (p \wedge q) \rightarrow (r \vee (\neg r \wedge s)) \\ s \\ \hline s \leftrightarrow \neg r \end{array}$$

12) p: La filosofía trata acerca entidades abstractas.
q: La filosofía trata acerca de entidades materiales.
r: La filosofía se asemeja a la matemática.
s: La filosofía se asemeja a las ciencias físico-naturales.

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow s \\ \neg r \wedge \neg s \\ \hline \neg p \wedge \neg q \end{array}$$

13) p: El realismo metafísico es verdadero.
q: Existen objetos fuera de la mente de los sujetos.
r: Existe el mundo material.

$$\frac{\begin{array}{c} p \to q \\ q \to r \end{array}}{p \to r}$$

14) p: Dios es omnipotente.
q: Dios es benévolo.
r: Hay maldad en el mundo.

$$\frac{\begin{array}{c} (p \wedge q) \to \neg r \\ \neg\neg r \end{array}}{\neg p \veebar \neg q}$$

15) p: Un argumento es válido.
q: La forma de un argumento es válida.
r: Existe una interpretación que hace verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión.
s: La conclusión se sigue lógicamente de las premisas.

$$\frac{\begin{array}{c} \neg p \leftrightarrow \neg q \\ \neg q \leftrightarrow r \\ r \leftrightarrow \neg s \end{array}}{p \leftrightarrow s}$$

16) p: Hay un crecimiento económico sostenido.
q: Se revierte la actual situación mundial de crisis.
r: Obama toma medidas para regular el mercado financiero.
s: En las próximas elecciones ganan los republicanos.

$$\frac{\begin{array}{c} q \to p \\ (\neg r \vee s) \to \neg q \end{array}}{p \to (r \wedge \neg s)}$$

5. 1) Parece ser una verdad lógica pero su formalización en $\mathcal{L}$ es una letra proposicional, que puede ser tanto verdadera como falsa.
   2) Parece estar afirmando una relación entre dos proposiciones, pero en $\mathcal{L}$ su formalización es una letra proposicional, ya que ninguna conectiva veritativo-funcional es capaz de expresar causalidad.
   3) El matiz que la palabra 'necesariamente' agrega a la oración no es capturable mediante las conectivas de $\mathcal{L}$, y éste parece ser un matiz lógico.
   4) *Idem*, pero con respecto a 'es posible'.
   5) Esta oración parece implicar que la conjetura de Goldbach es verdadera o falsa, pero no lo hace cuando se la formaliza en $\mathcal{L}$ porque su formalización es nuevamente una letra proposicional.
   6) Esta oración parece implicar que Pedro o Nicolás serán elegidos, pero no lo hace cuando se la formaliza en $\mathcal{L}$ porque su formalización es, una vez más, una letra proposicional.
   7) Los condicionales contrafácticos no son formalizables en $\mathcal{L}$. El único candidato posible parece ser el condicional material, pero en ese caso estos condicionales resultarían siempre verdaderos en $\mathcal{L}$ tan sólo porque su antecedente es falso. Sin embargo, acá la afirmación parece plausible en sí misma.
   8) *Idem*, excepto que ahora la oración es altamente implausible, de modo que la situación es peor, porque resultaría verdadera en $\mathcal{L}$.

6. 1) *Forma lógica:*

$$\frac{\neg p \vee \neg q}{\neg(p \vee q)}$$

Diccionario que invalida el argumento:
p: Brasilia es la capital de Brasil.
q: Los monos son insectos.

2) *Forma lógica:*

$$\frac{\neg(p \wedge q)}{\neg p \wedge \neg q)}$$

Diccionario que invalida el argumento:
p: Brasilia es la capital de Brasil.
q: Los monos son insectos.

3) *Forma lógica:*

$$\begin{array}{c} p \to (q \wedge r) \\ q \wedge r \\ \hline p \end{array}$$

Diccionario que invalida el argumento:
p: $5 > 5$
q: $6 > 5$
r: $7 > 5$

4) *Forma lógica:*

$$\begin{array}{c} p \to q \\ \neg p \\ \hline \neg q \end{array}$$

Diccionario que invalida el argumento:
p: $5 > 5$
q: $6 > 5$

1.3.

1.3.1.

1. 1) $p \to p$
   2) $(((p \wedge q) \to r) \wedge (p \wedge q)) \to r$
   3) *Idem.*
   4) No es posible.
2. 1) $\neg(p \wedge \neg p)$
   2) $\neg(((p \vee q) \vee r) \to ((p \vee q) \vee r))$
   3) *Idem.*
   4) No es posible.
3. 1) p
   2) $p \leftrightarrow q$
   3) $p \wedge q$
   4) $p \to q$
   5) $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
4. 1) p, $\neg\neg p$
   2) $p \to q$, $\neg p \vee q$
   3) $p \to q$, $\neg(p \wedge \neg q)$
   4) $p \wedge q$, $\neg(\neg p \vee \neg q)$
   5) $p \to p$, $q \to q$
5. 1) $(p \vee \neg p) \vDash q \to q$
   2) $\{(\varphi \vee \psi), (\varphi \to \chi), (\psi \to \chi)\} \vDash \chi$
   3) $\{q, \neg q\} \vDash p$
   4) $\{(p \vee q), \neg q\} \vDash p$
   5) $\{(\varphi \to \psi), (\psi \to \chi), \varphi\} \vDash \chi$
6. 1) p, $p \to q$
   2) $p \wedge q$, $\neg p \wedge q$
   3) $\neg(p \to \neg q)$
   4) $\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p))$
   5) $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge r \wedge \neg q) \vee (q \wedge r \wedge \neg p)$
7. 1) Si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

$$\begin{aligned}
\text{Si } V(p \to (q \vee r)) = V(\neg q) = V(\neg r) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
V(p \to (q \vee r)) = 1 \text{ y } V(q) = V(r) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee})\\
V(p \to (q \vee r)) = 1 \text{ y } V(q \vee r) = 0 \text{ ent } (def_{V\to})\\
V(p) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
V(\neg p) = 1
\end{aligned}$$

   2) En el único caso en que las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

$\neg$	p		q		$\neg$	$(((p$	$\to$	$q)$	$\to$	$q)$	$\to$	$p)$
0	1		1		0	1	1	1	1	1	1	1
0	1		0		0	1	0	0	1	0	1	1
1	0		**1**		**1**	0	1	1	1	1	0	0
1	0		0		0	0	1	0	0	0	1	0

3) Si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.

$$\begin{aligned} \text{Si } V(p \to (q \wedge \neg r)) = V(s \to \neg r) = V(r) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg}) \\ V(p \to (q \wedge \neg r)) = V(s \to \neg r) = 1 \text{ y } V(\neg r) = 0 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ V(p \to (q \wedge \neg r)) = 1 \text{ y } V(s) = 0 \text{ y } V(\neg r) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge}) \\ V(p \to (q \wedge \neg r)) = 1 \text{ y } V(s) = 0 \text{ y } V(q \wedge \neg r) = 0 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ V(p) = 0 \text{ y } V(s) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee}) \\ V(p \vee s) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg}) \\ V(\neg(p \vee s)) = 1 \end{aligned}$$

4) El condicional asociado a este argumento es una tautología.

$(p$	$\to$	$q)$	$\to$	$((r$	$\to$	$q)$	$\to$	$((p$	$\vee$	$r)$	$\to$	$q))$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0

5) Es imposible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, porque las premisas no pueden ser verdaderas. Procedemos por absurdo:

$$\begin{aligned} \text{Si } V(q \vee \neg s) = V(\neg r \to \neg q) = V(s \wedge \neg r) = 1 \text{ ent } (def_{V\wedge}) \\ V(q \vee \neg s) = V(\neg r \to \neg q) = V(s) = V(\neg r) = 1 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ V(q \vee \neg s) = V(s) = V(\neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg}) \\ V(q \vee \neg s) = 1 \text{ y } V(\neg s) = V(q) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee}) \\ V(q \vee \neg s) = 1 \text{ y } V(q \vee \neg s) = 0 \end{aligned}$$

6) Es imposible que la fórmula sea falsa. Procedemos por absurdo:

$$\begin{aligned} \text{Si } V((p \wedge q) \to \neg(p \to \neg q)) = 0 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ V(p \wedge q) = 1 \text{ y } V(\neg(p \to \neg q)) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg}) \\ V(p \wedge q) = 1 \text{ y } V(p \to \neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\wedge}) \\ V(p) = V(q) = 1 \text{ y } V(p \to \neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg}) \\ V(p) = 1 \text{ y } V(\neg q) = 0 \text{ y } V(p \to \neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ V(p \to \neg q) = 0 \text{ y } V(p \to \neg q) = 1 \end{aligned}$$

7) La fórmula es una tautología.

p	$\wedge$	$(q$	$\vee$	$r)$	$\rightarrow$	$((p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$(p$	$\wedge$	$r))$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

8) La fórmula es una tautología.

$(p$	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$r))$	$\rightarrow$	$((\neg$	q	$\wedge$	$p)$	$\rightarrow$	$r)$
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0

9) El argumento cuya premisa es $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$ y cuya conclusión $(q \rightarrow (p \rightarrow r))$ es válido. Luego, su condicional asociado (nuestra fórmula en cuestión) es una tautología.

$$\begin{aligned}
&\text{Si } V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = 1 \text{ y } V(q \rightarrow (p \rightarrow r)) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = V(q) = 1 \text{ y } V(p \rightarrow r) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = V(q) = V(p) = 1 \text{ y } V(r) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = V(p) = 1 \text{ y } V(q \rightarrow r) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = 1 \text{ y } V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = 0
\end{aligned}$$

10) La fórmula es una tautología.

$\neg$	q	$\rightarrow$	$(q$	$\rightarrow$	$(r$	$\vee$	$(\neg$	q	$\wedge$	$p)))$
0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0

8. 1)

$$\begin{aligned}
&\text{Si } V(p) = V(q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg},\ def_{V\wedge})\\
&V(p) = 1 \text{ y } V(\neg q) = 0 \text{ y } V(p \wedge q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg},\ def_{V\rightarrow})\\
&V(p \rightarrow \neg q) = 0 \text{ y } V(\neg(p \wedge q)) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
&V(\neg(p \rightarrow \neg q)) = 1 \text{ y } V(\neg(p \wedge q)) = 0
\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V(p) = V(q) = 1 \text{ ent } (def_{V\vee},\ def_{V\neg})\\
V(p \vee q) = 1 \text{ y } V(\neg p) = V(\neg q) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\
V(p \vee q) = 1 \text{ y } V(\neg p \wedge \neg q) = 0
\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V(p) = 1 \text{ y } V(q) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
V(\neg p) = V(q) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\
V(\neg p \wedge \neg q) = V(q) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\
V(\neg(\neg p \wedge \neg q)) = 1 \text{ y } V(q \wedge \neg\neg p) = 0
\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V(p) = V(q) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee},\ def_{V\neg})\\
V(p \vee q) = 0 \text{ y } V(\neg p) = V(\neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg}, def_{V\wedge})\\
V(\neg(p \vee q)) = 1 \text{ y } V(\neg p \wedge \neg q) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
V(\neg(p \vee q)) = 1 \text{ y } V(\neg(\neg p \wedge \neg q)) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
V(\neg(p \vee q) \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)) = 0
\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V(p) = V(q) = 1 \text{ y } V(r) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee},\ def_{V\wedge})\\
V(p \vee (q \wedge r)) = 1 \text{ y } V((p \vee q) \wedge r) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
V((p \vee (q \wedge r)) \rightarrow ((p \vee q) \wedge r)) = 0
\end{aligned}$$

9. 1) 'O no ... o no ...'

2) Mostramos que, para toda fórmula φ de $\mathcal{L}$, $\neg\varphi$ y $\varphi|\varphi$ tienen las mismas condiciones de verdad, utilizando la tabla de $|$ y de la negación.

φ	$\varphi\mid\varphi$	$\neg\varphi$
1	0	0
0	1	1

3) Mostramos que, para cualesquiera fórmulas φ y ψ de $\mathcal{L}$, $\varphi \wedge \psi$ y $(\varphi|\psi)|(\varphi|\psi)$ tienen las mismas condiciones de verdad, utilizando la tabla de $|$ y de la conjunción.

φ	$\wedge$	ψ		$(\varphi$	$\mid$	$\psi)$	$\mid$	$(\varphi$	$\mid$	$\psi)$
1	1	1		1	0	1	1	1	0	1
1	0	0		1	1	0	0	1	1	0
0	0	1		0	1	1	0	0	1	1
0	0	0		0	1	0	0	0	1	0

1.3.2.

1. 1)

$$\begin{gathered}\varphi \vDash \text{ y } \psi \vDash \text{ ent } (def_{contr})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ent}\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = V(\psi) \text{ ent } (def_{equivlog})\\ \varphi \text{ y } \psi \text{ son lógicamente equivalentes}\end{gathered}$$

2)

$$\begin{gathered}\text{Si } \varphi \vDash \text{ ó } \psi \vDash \text{ ent } (def_{contr})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ ó } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\ \text{para toda } V, V(\varphi \wedge \psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\ \text{para toda } V, V(\neg(\varphi \wedge \psi)) = 1 \text{ ent } (def_{\vDash})\\ \vDash \neg(\varphi \wedge \psi)\end{gathered}$$

3)

$$\begin{gathered}\text{Si } \varphi \vDash \text{ ó } \psi \vDash \text{ ent } (def_{contr})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ ó } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\ \text{para toda } V, V(\varphi \wedge \psi) = 0 \text{ ent } (def_{contr})\\ \varphi \wedge \psi \vDash\end{gathered}$$

4)

$$\begin{gathered}\vDash \varphi \text{ y } \vDash \psi \text{ sii } (def_{\vDash})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 1 \text{ sii } (def_{V\wedge})\\ \text{para toda } V, V(\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ sii } (def_{\vDash})\\ \vDash \varphi \wedge \psi\end{gathered}$$

5)

$$\begin{gathered}\text{Si } \varphi \vDash \text{ y } \vDash \psi \text{ ent } (def_{contr},\ def_{\vDash})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent}\\ \text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent}\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ ó } V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\vee})\\ \text{para toda } V, V(\varphi \vee \psi) = 1 \text{ ent } (def_{\vDash})\\ \vDash \varphi \vee \psi\end{gathered}$$

6)

$$\begin{gathered}\text{Si } \vDash \varphi \text{ ent } (def_{\vDash})\\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\ \text{para toda } V, V(\neg\varphi) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\ \text{para toda } V, V(\neg\varphi \wedge \neg\psi) = 0 \text{ ent } (def_{contr})\\ \neg\varphi \wedge \neg\psi \vDash\end{gathered}$$

7)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \vee (\psi \vee \chi) \models \text{ ent } (def_{contr})\\
\text{para toda } V, V(\varphi \vee (\psi \vee \chi)) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y } V(\psi \vee \chi) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = V(\psi) = V(\chi) = 0 \text{ ent } (def_{contr})\\
\varphi \models, \psi \models \text{ y } \chi \models
\end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \models \text{ y } \models \varphi \vee \psi \text{ ent } (def_{contr},\ def_{\models})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\varphi \vee \psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\vee})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ ó } V(\psi) = 1 \text{ ent}\\
\text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
\models \psi
\end{aligned}$$

9)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \models \text{ y } \models \psi \text{ ent } (def_{contr},\ def_{\models})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
\text{para toda } V, V(\neg\varphi) = 1 \text{ y para toda } V, V\psi) = 1 \text{ ent}\\
\text{para toda } V, V(\neg\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\
\text{para toda } V, V(\neg\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
\models \neg\varphi \wedge \psi
\end{aligned}$$

10)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \to \psi \models \text{ ent } (def_{contr})\\
\text{para toda } V, V(\varphi \to \psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\to})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\to})\\
\text{para toda } V, V(\psi \to \varphi) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
\models \psi \to \varphi
\end{aligned}$$

11)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \models \text{ y } \models \psi \text{ ent } (def_{contr},\ def_{\models})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent}\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ ent}\\
\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ ent}\\
\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\to})\\
\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \to \psi) = 0 \text{ ent}\\
\text{para toda } V, V(\varphi \to \psi) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
\models \varphi \to \psi.
\end{aligned}$$

12)

$$
\begin{aligned}
&\text{Si } \varphi \models \text{ ent } (def_{contr})\\
&\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\wedge})\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \wedge \psi) = 1 \text{ y } V(\chi) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \wedge \psi \rightarrow \chi) = 0 \text{ ent}\\
&\text{para toda } V, V((\varphi \wedge \psi) \rightarrow \chi) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
&\models (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \chi.
\end{aligned}
$$

13)

$$
\begin{aligned}
&\text{Si } \models \chi \text{ ent } (def_{\models})\\
&\text{para toda } V, V(\chi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{para toda } V, V(\chi) = 1 \text{ ó } V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\vee})\\
&\text{para toda } V, V(\psi \vee \chi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi \vee \chi) = 0 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi \vee \chi) = 0 \text{ ent } (def_{V\rightarrow})\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \rightarrow (\psi \vee \chi)) = 0 \text{ ent}\\
&\text{para toda } V, V(\varphi \rightarrow (\psi \vee \chi)) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
&\models \varphi \rightarrow (\psi \vee \chi).
\end{aligned}
$$

14)

$$
\begin{aligned}
&\text{Si } \varphi \models \text{ y } \models \psi \text{ ent } (def_{contr},\ def_{\models})\\
&\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ y } V(\psi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{para toda } V, V(\varphi) \neq V(\psi) \text{ ent } (def_{V\leftrightarrow})\\
&\text{para toda } V, V(\varphi \leftrightarrow \psi) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
&\text{para toda } V, V(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)) = 1 \text{ ent } (def_{\models})\\
&\models \neg(\varphi \leftrightarrow \psi)
\end{aligned}
$$

15)

$$
\begin{aligned}
&\text{Si } \models \psi \text{ ent } (def_{\models})\\
&\text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi) = 0 \text{ ent}\\
&\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{\models})\\
&\varphi \models \psi
\end{aligned}
$$

16)

$$\begin{aligned} \text{Si } \varphi \vDash \text{ ent } (def_{contr}) \\ \text{para toda } V, V(\varphi) = 0 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \varphi \vDash \psi. \end{aligned}$$

17)

$$\begin{aligned} \text{Si } \varphi \text{ y } \psi \text{ son lógicamente equivalentes ent } (def_{equivlog}) \\ \text{para toda } V, V(\varphi) = V(\psi) \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) \neq V(\psi) \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ ni } V \text{ tal que } V(\varphi) = 0 \text{ y } V(\psi) = 1 \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \varphi \vDash \psi \text{ y } \psi \vDash \varphi. \end{aligned}$$

18)

$$\begin{aligned} \text{Si } \vDash \psi \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ent} \\ \text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ ó } V(\chi) = 1 \text{ ent } (def_{V\vee}) \\ \text{para toda } V, V(\psi \vee \chi) = 1 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi \vee \chi) = 0 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi \vee \chi) = 0 \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \varphi \vDash (\psi \vee \chi). \end{aligned}$$

19)

$$\begin{aligned} \text{Si } \psi \vDash \text{ ent } (def_{contr}) \\ \text{para toda } V, V(\psi) = 0 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi) = 1 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi) = 1 \text{ y } V(\chi) = 0 \text{ ent } (def_{V\to}) \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\psi \to \chi) = 0 \text{ ent} \\ \text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi \to \chi) = 0 \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \varphi \vDash \psi \to \chi. \end{aligned}$$

20) Supongamos el antecedente del teorema, $\varphi \vee \psi \vDash \varphi$ y, dado que vamos a usar el método indirecto, que:

$$\begin{aligned} \psi \nvDash \varphi \text{ ent } (def_{\vDash}) \\ \text{existe } V \text{ tal que } V(\psi) = 1 \text{ y } V(\varphi) = 0 \text{ ent} \\ \text{existe } V \text{ tal que } (V(\varphi) = 1 \text{ ó } V(\psi) = 1) \text{ y } V(\varphi) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee}) \\ \text{existe } V \text{ tal que } (V(\varphi \vee \psi) = 1) \text{ y } V(\varphi) = 0 \text{ ent } (def_{V\vee}) \\ \varphi \vee \psi \nvDash \varphi \end{aligned}$$

Esto contradice el antecedente del teorema. El absurdo partió de suponer que $\psi \nvDash \varphi$. Luego, $\psi \vDash \varphi$.

21)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \vDash \psi \text{ y } \vDash \neg\varphi \to \neg\psi \text{ ent } (def_{contr})\\
\text{para toda } V, V(\psi) = 1 \text{ y } V(\neg\varphi \to \neg\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
\text{para toda } V, V(\neg\psi) = 0 \text{ y } V(\neg\varphi \to \neg\psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\to})\\
\text{para toda } V, V(\neg\varphi) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) = 1 \text{ ent } (def_{\vDash})\\
\vDash \varphi.
\end{aligned}$$

22)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \vDash \neg(\varphi \leftrightarrow \psi) \text{ y } \vDash \varphi \text{ ent } (def_{\vDash})\\
\text{para toda } V, V(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi)) = 1 \text{ y } V(\varphi) = 1 \text{ ent } (def_{V\neg})\\
\text{para toda } V, V(\varphi \leftrightarrow \psi) = 0 \text{ y } V(\varphi) = 1 \text{ ent } (def_{V\leftrightarrow})\\
\text{para toda } V, V(\varphi) \neq V(\psi) \text{ y } V(\varphi) = 1 \text{ ent}\\
\text{para toda } V, V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{contr})\\
\psi \vDash .
\end{aligned}$$

23)

$$\begin{aligned}
\text{Si } \varphi \text{ es una contingencia y } \vDash \varphi \leftrightarrow \psi \text{ ent } (def_{conti},\ def_{\vDash})\\
\text{existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V \text{ tal que } V(\varphi) = 0 \text{ y, para toda } V, V(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1 \text{ ent } (def_{V\leftrightarrow})\\
\text{existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V \text{ tal que } V(\varphi) = 0 \text{ y, para toda } V, V(\varphi = V(\psi) \text{ ent}\\
\text{existe } V \text{ tal que } V(\psi) = 1 \text{ y } V \text{ tal que } V(\psi) = 0 \text{ ent } (def_{conti})\\
\psi \text{ es una contingencia}
\end{aligned}$$

24)

$$\begin{aligned}
\vDash \varphi \to \psi \text{ sii } (def_{\vDash})\\
\text{para toda } V, V(\varphi \to \psi) = 1 \text{ sii}\\
\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi \to \psi) = 0 \text{ sii } (def_{V\to})\\
\text{no existe } V \text{ tal que } V(\varphi) = 1 \text{ y } V(\psi) = 0 \text{ sii } (def_{\vDash})\\
\varphi \vDash \psi
\end{aligned}$$

2. 1) Sabemos que $\vDash p \to p$, pero que ni $p \vDash$ ni $\vDash p$.
   2) Sabemos que $\vDash p \vee \neg p$, pero que ni $\vDash p$ ni $\vDash \neg p$.
   3) Si φ es $p \wedge \neg p$, aún siendo ψ una contingencia, $\vDash \varphi \to \psi$.
   4) Sabemos que $\vDash p \leftrightarrow p$, pero que no es cierto que $\vDash p$.

3. 1) Verdadero. Dadas las condiciones de verdad del condicional material, si ψ es siempre falsa, $\psi \to \varphi$ será siempre verdadera, y si φ es siempre verdadera, $\psi \to \varphi$ también lo será.
   2) Falso, porque p, por ejemplo, es una contingencia y $\neg p$ también, pero $p \vee \neg p$ es una tautología.

3) Falso, porque, por ejemplo, p es una contingencia y $\neg p$ también, pero $p \wedge \neg p$ es una contradicción.

4) Verdadero, porque si $\varphi \vDash \psi$ entonces en toda valuación en la cual φ sea verdadera ψ también lo será; y si $\psi \vDash \varphi$ entonces en toda valuación en la cual ψ sea verdadera φ también lo será. Luego, serán verdaderas en las mismas valuaciones y, por ende, falsas en las mismas valuaciones: son lógicamente equivalentes.

5) Falso, porque,por ejemplo, p y $\neg p$ son contingencias pero $p \nvDash \neg p$.

6) Falso. Si $\vDash \varphi \wedge \neg\psi$, entonces φ es verdadera en toda valuación y ψ falsa, con lo cual $\varphi \to \psi$ es falsa en toda valuación: es una contradicción.

7) Falso, porque, por ejemplo, $p \vDash p$ pero $p \vee q \nvDash p$.

8) Verdadero. φ puede ser cualquier fórmula, incluso tautologías como $p \to p$.

9) Falso. φ puede ser cualquier fórmula, pero cualquiera que sea, $\varphi \to \varphi$ tiene la forma lógica de una tautología.

10) Verdadero, porque todas valen 1 en cada valuación y, por tanto, tienen el mismo valor de verdad en todas ellas.

11) Falso. Por ejemplo, en una valuación V tal que $V(p) = 1$ y $V(q) = 0$, la contingencia $p \wedge q$ recibe valor 0 mientras que la contingencia $p \vee q$ recibe valor 1. Luego, no son equivalentes, porque no reciben el mismo valor de verdad en todas las valuaciones.

12) Verdadero, porque ambas son lógicamente equivalentes:

$(\varphi$	$\leftrightarrow$	$\psi)$	$\leftrightarrow$	χ	φ	$\leftrightarrow$	$(\psi$	$\leftrightarrow$	$\chi)$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0

13) Falso, porque, por ejemplo, si φ y ψ son contradicciones y χ una tautología, $\vDash (\varphi \leftrightarrow \psi) \leftrightarrow \chi$ pero en ninguna valuación V se da que $V(\varphi) = V(\psi) = V(\chi)$.

14) Verdadero. Por ejemplo, las letras proposicionales.

15) Verdadero, porque las valuaciones tienen total libertad con respecto a los valores de verdad que asignan a las letras proposicionales.

16) Falso, porque si hace verdadera a una fórmula entonces no puede hacer verdadera a su negación.

17) Falso. Si dos fórmulas φ y ψ son lógicamente equivalentes, en cada valuación V, $V(\varphi) = V(\psi)$. Luego, $V(\neg\varphi) = V(\neg\psi)$, porque la negación invierte ambos valores. Por tanto, $\neg\varphi$ y $\neg\psi$ no son contradictorias entre sí sino lógicamente equivalentes.

18) Verdadero, porque si es imposible que los miembros de Γ sean verdaderos y φ falsa al mismo tiempo, jamás podría pasar que los miembros de $\Gamma \cup \{\psi\}$, entre los cuales se encuentran los miembros de Γ, sean verdaderos y φ falsa a la vez.

19) Falso. Por ejemplo, si Γ es contiene únicamente a p, ψ es $p \to q$ y φ es q, $\Gamma \cup \{\psi\} \vDash \varphi$ pero $\Gamma \nvDash \varphi$.

20) Falso. Por ejemplo, $\{p, p \to q\} \vDash q$ pero q no pertenece a $\{p, p \to q\}$.

21) Verdadero, porque no es posible que los miembros de Γ, entre los cuales se encuentra φ, sean verdaderos mientras que la misma φ sea falsa.

22) Verdadero, porque si los miembros de Γ son verdaderos, también lo es φ y, por tanto, también ψ.

1.4.

1\. 1)

1. φ — premisa
2. φ — Rep 1
3. $\varphi \wedge \varphi$ — I$\wedge$ 1,2

2)

1. φ — supuesto
2. ψ — supuesto
3. φ — Rep 1
4. $\psi \to \varphi$ — I$\to$ 2-3
5. $\varphi \to (\psi \to \varphi)$ — I$\to$ 1-4

3)

1. $p \to (q \to r)$ — supuesto
2. q — supuesto
3. p — supuesto
4. $q \to r$ — E$\to$ 1,3
5. r — E$\to$ 2,4
6. $p \to r$ — I$\to$ 3-5
7. $q \to (p \to r)$ — I$\to$ 2-6
8. $(p \to (q \to r)) \to (q \to (p \to r))$ — I$\to$ 1-7

4)

1. $\varphi \wedge (\varphi \to \psi)$ — supuesto
2. φ — E$\wedge$ 1
3. $\varphi \to \psi$ — E$\wedge$ 1
4. ψ — E$\to$ 2,3
5. $(\varphi \wedge (\varphi \to \psi)) \to \psi$ — I$\to$ 1-4

2\. 1)

1. φ — premisa
2. $\varphi \vee \psi$ — I$\vee$ 1
3. $\varphi \wedge (\varphi \vee \psi)$ — I$\wedge$ 1,2

2)

1. $(r \wedge (s \vee t)) \to w$ — premisa
2. r — premisa
3. $s \wedge t$ — premisa
4. $w \to p$ — premisa
5. s — E$\wedge$ 3
6. $s \vee t$ — I$\vee$ 5
7. $r \wedge (s \vee t)$ — I$\wedge$ 2,6
8. w — E$\to$ 1,7
9. p — E$\to$ 4,8

3)

1. $(r \to \neg w) \to (\neg q \to t)$ — premisa
2. $\neg w \wedge p$ — premisa
3. $t \to (m \wedge s)$ — premisa
4. $\neg q$ — supuesto
5. r — supuesto
6. $\neg w$ — E$\wedge$ 2
7. $r \to \neg w$ — I$\to$ 5-6
8. $\neg q \to t$ — E$\to$ 1, 7
9. t — E$\to$ 4,8
10. $m \wedge s$ — E$\to$ 3,9
11. s — E$\wedge$ 10
12. $s \vee r$ — I$\vee$ 11
13. $\neg q \to (s \vee r)$ — I$\to$ 4-12

4)

1. $p \to q$ — supuesto
2. $r \to q$ — supuesto
3. $p \vee r$ — supuesto
4. q — E$\vee$ 1,2,3
5. $(p \vee r) \to q$ — I$\to$ 3-4
6. $(r \to q) \to ((p \vee r) \to q)$ — I$\to$ 2-5
7. $(p \to q) \to ((r \to q) \to ((p \vee r) \to q))$ — I$\to$ 1-6

5)

1. $\varphi \vee \varphi$ — premisa
2. φ — supuesto
3. φ — Rep 2
4. $\varphi \to \varphi$ — I$\to$ 2-3
5. $\varphi \to \varphi$ — Rep. 4
6. φ — E$\vee$ 1,4,5

6)

1. $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi)$ — premisa

2.	φ	supuesto
3.	φ	Rep 2
4.	$\varphi \to \varphi$	I$\to$ 2-3
5.	$\varphi \wedge \psi$	supuesto
6.	φ	E$\wedge$ 5
7.	$(\varphi \wedge \psi) \to \varphi$	I$\to$ 5-6
8.	φ	E$\vee$ 1,4,7

3. 1)

1.	$r \to \neg\neg(s \to q)$	premisa
2.	$(s \wedge w) \wedge p$	premisa
3.	$\neg\neg r$	supuesto
4.	r	DN 3
5.	$\neg\neg(s \to q)$	E$\to$ 1,4
6.	$s \to q$	DN 5
7.	$s \wedge w$	E$\wedge$ 2
8.	s	E$\wedge$ 7
9.	q	E$\to$ 6,8
10.	$\neg\neg r \to q$	I$\to$ 3-9

2)

1.	$\neg\varphi$	premisa
2.	φ	supuesto
3.	$\bot$	E$\neg$ 1,2
4.	ψ	EFSQ 3
5.	$\varphi \to \psi$	I$\to$ 2-4

3)

1.	$\neg\varphi \to \varphi$	premisa
2.	$\neg\varphi$	supuesto
3.	φ	E$\to$ 1,2
4.	$\bot$	E$\neg$ 2,3
5.	$\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 2-4
6.	φ	DN 5

4)

1.	$\neg\psi \wedge (\varphi \to \psi)$	supuesto
2.	$\neg\psi$	E$\wedge$ 1
3.	$\varphi \to \psi$	E$\wedge$ 1
4.	φ	supuesto
5.	ψ	E$\to$ 3,4
6.	$\bot$	E$\neg$ 2,5
7.	$\neg\varphi$	I$\neg$ 4-6
8.	$(\neg\psi \wedge (\varphi \to \psi)) \to \neg\varphi$	I$\to$ 1-7

5)

1.	$\neg p \to (q \wedge r)$	supuesto
2.	$\neg q$	supuesto
3.	$\neg p$	supuesto
4.	$q \wedge r$	E$\to$ 1,3
5.	q	E$\wedge$ 4
6.	$\bot$	E$\neg$ 2,5
7.	$\neg\neg p$	I$\neg$ 3-6
8.	p	DN 7
9.	$\neg q \to p$	I$\to$ 2-8
10.	$(\neg p \to (q \wedge r)) \to (\neg q \to p)$	I$\to$ 1-9

6)

1.	$\neg q$	supuesto
2.	q	supuesto
3.	$\bot$	E$\neg$ 1,2
4.	$r \vee (\neg q \wedge p)$	EFSQ 3
5.	$q \to (r \vee (\neg q \wedge p))$	I$\to$ 2-4
6.	$\neg q \to (q \to (r \vee (\neg q \wedge p)))$	I$\to$ 1-5

7)

1.	$\neg p$	premisa
2.	q	premisa
3.	$((p \to q) \to q) \to p$	supuesto
4.	$p \to q$	supuesto
5.	q	Rep 2
6.	$(p \to q) \to q$	I$\to$ 4-5
7.	p	E$\to$ 3,6
8.	$\bot$	E$\neg$ 1,7
9.	$\neg(((p \to q) \to q) \to p)$	I$\neg$ 3-8

8)

1.	$\varphi \wedge \neg\psi$	premisa
2.	$\varphi \to \psi$	supuesto
3.	φ	E$\wedge$ 1
4.	$\neg\psi$	E$\wedge$ 1
5.	ψ	E$\to$ 2,3
6.	$\bot$	E$\neg$ 4,5
7.	$\neg(\varphi \to \psi)$	I$\neg$ 2-6

9)

1.	$\neg(\varphi \to \psi)$	premisa
2.	$\neg\varphi$	supuesto
3.	φ	supuesto
4.	$\bot$	E$\neg$ 2,3
5.	ψ	EFSQ 4
6.	$\varphi \to \psi$	I$\to$ 3-5
7.	$\bot$	E$\neg$ 1,6
8.	$\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 2-7
9.	φ	DN 8
10.	ψ	supuesto
11.	φ	supuesto
12.	ψ	Rep 10
13.	$\varphi \to \psi$	I$\to$ 11-12
14.	$\bot$	E$\neg$ 1,13
15.	$\neg\psi$	I$\neg$ 10-14
16.	$\varphi \wedge \neg\psi$	I$\wedge$ 9,15

4\. 1) 1. $\varphi \to \psi$ premisa
2\. $\psi \to \chi$ premisa
3\. φ *supuesto*
4\. ψ *E$\to$ 1,3*
5\. χ *E$\to$ 2,3*
6\. $\varphi \to \chi$ *I$\to$ 3-5*

2) 1. $\varphi \wedge \psi$ premisa
2\. φ *E$\wedge$ 2*
3\. ψ *E$\wedge$ 2*
4\. $\psi \wedge \varphi$ *I$\wedge$ 2,3*

3) 1. φ premisa
2\. ψ *supuesto*
3\. φ *Rep 1*
4\. $\psi \to \varphi$ *I$\to$ 2-3*

4) 1. $\varphi \to (\psi \to \chi)$ premisa
2\. ψ *supuesto*
3\. φ *supuesto*
4\. $\psi \to \chi$ *E$\to$ 1,3*
5\. χ *E$\to$ 2,4*
6\. $\varphi \to \chi$ *I$\to$ 3-5*
7\. $\psi \to (\varphi \to \chi)$ *I$\to$ 2-6*

5) 1. $\varphi \vee \psi$ premisa
2\. φ *supuesto*
3\. $\psi \vee \varphi$ *I$\vee$ 2*
4\. $\varphi \to (\psi \vee \varphi)$ *I$\to$ 2-3*
5\. ψ *supuesto*
6\. $\psi \vee \varphi$ *I$\vee$ 5*
7\. $\psi \to (\psi \vee \varphi)$ *I$\to$ 5-6*
8\. $\psi \vee \varphi$ *E$\vee$ 1,4,7*

5\. 1) En el punto uno del ejercicio anterior.

2) 1. $\varphi \vee \psi$ premisa
2\. $\neg\varphi$ premisa
3\. φ supuesto
4\. $\bot$ E$\neg$ 2,3
5\. ψ EFSQ 4
6\. $\varphi \to \psi$ I$\to$ 3-5
7\. ψ supuesto
8\. ψ Rep 7
9\. $\psi \to \psi$ I$\to$ 7-8
10\. ψ E$\vee$ 1,6,9

3) 1. $\varphi \to \psi$ premisa
2\. $\neg\psi$ premisa
3\. φ supuesto
4\. ψ E$\to$ 1,3
5\. $\bot$ E$\to$ 2,4
6\. $\neg\varphi$ I$\neg$ 3-5

4) En el punto dos del ejercicio anterior.

5) 1. $\varphi \vee \psi$ premisa
2\. φ supuesto
3\. $\psi \vee \varphi$ I$\vee$ 2
4\. $\varphi \to \psi \vee \varphi$ I$\to$ 2-3
5\. ψ supuesto
6\. $\psi \vee \varphi$ I$\vee$ 5
7\. $\psi \to \psi \vee \varphi$ supuesto
8\. $\psi \vee \varphi$ E$\vee$ 1,4,7

6) 1. $\varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$ premisa
2\. φ E$\wedge$ 1
3\. $\psi \wedge \chi$ E$\wedge$ 1
4\. ψ E$\wedge$ 3
5\. χ E$\wedge$ 3
6\. $(\varphi \wedge \psi)$ I$\wedge$ 2,4
7\. $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$ I$\wedge$ 4,6

1\. $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$ premisa
2\. $(\varphi \wedge \psi)$ E$\wedge$ 1
3\. χ E$\wedge$ 1
4\. φ E$\wedge$ 2
5\. ψ E$\wedge$ 2
6\. $\psi \wedge \chi$ I$\wedge$ 3,5
7\. $\varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$ I$\wedge$ 4,6

7) 1. $\varphi \vee (\psi \vee \chi)$ premisa
2\. φ supuesto
3\. $\varphi \vee \psi$ I$\vee$ 2
4\. $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\vee$ 3
5\. $\varphi \to (\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\to$ 2-4
6\. $\psi \vee \chi$ supuesto
7\. ψ supuesto
8\. $\varphi \vee \psi$ I$\vee$ 7
9\. $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\vee$ 8

10. $\psi \to (\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\to$ 7-9
11. χ supuesto
12. $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\vee$ 11
13. $\chi \to (\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\to$ 7-9
14. $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ E$\vee$ 6,10,13
15. $\psi \vee \chi \to (\varphi \vee \psi) \vee \chi$ I$\to$ 6-14
16. $(\varphi \vee \psi) \vee \chi$ E$\vee$ 1,5,15

La dirección contraria es semejante, sólo que en lugar de χ se escribe φ y se realizan cambios menores en el orden.

8) 1. $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ premisa
2. φ E$\wedge$ 1
3. $\psi \vee \chi$ E$\wedge$ 1
4. ψ supuesto
5. $\varphi \wedge \psi$ I$\wedge$ 2,4
6. $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ I$\vee$ 5
7. $\psi \to (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ I$\to$ 4-6
8. χ supuesto
9. $\varphi \wedge \chi$ I$\wedge$ 2,8
10. $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ I$\vee$ 9
11. $\psi \to (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ I$\to$ 8-10
12. $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ E$\vee$ 3,7,11

1. $(\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi)$ premisa
2. $\varphi \wedge \psi$ supuesto
3. φ E$\wedge$ 2
4. ψ E$\wedge$ 2
5. $\psi \vee \chi$ I$\vee$ 4
6. $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ I$\wedge$ 3,5
7. $\varphi \wedge \psi \to \varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ I$\to$ 2-6
8. $\varphi \wedge \chi$ supuesto
9. φ E$\wedge$ 8
10. χ E$\wedge$ 2
11. $\psi \vee \chi$ I$\vee$ 10
12. $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ I$\wedge$ 9,11
13. $\varphi \wedge \chi \to \varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ I$\to$ 2-6
14. $\varphi \wedge (\psi \vee \chi)$ E$\vee$ 1,7,13

9) 1. $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ premisa
2. φ supuesto
3. $\varphi \vee \psi$ I$\vee$ 2
4. $\varphi \vee \chi$ I$\vee$ 2
5. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ I$\wedge$ 3,4
6. $\varphi \to (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ I$\to$ 2-5
7. $\psi \wedge \chi$ supuesto
8. ψ E$\wedge$ 7
9. $\varphi \vee \psi$ I$\vee$ 8
10. χ E$\wedge$ 7
11. $\varphi \vee \chi$ I$\vee$ 10
12. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ I$\wedge$ 9,11
13. $\psi \wedge \chi \to (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ I$\to$ 7-12
14. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ E$\vee$ 1,6,13

1. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi)$ premisa
2. $\varphi \vee \psi$ E$\wedge$ 1
3. $\varphi \vee \chi$ E$\wedge$ 1
4. φ supuesto
5. $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ I$\vee$ 4
6. $\varphi \to \varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ I$\to$ 3-4
7. ψ supuesto
8. χ supuesto
9. $\psi \wedge \chi$ I$\wedge$ 7,8
10. $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ I$\vee$ 9
11. $\chi \to \varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ I$\to$ 8-10
12. $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ E$\vee$ 3,6,11
13. $\psi \to \varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ I$\to$ 7-12
14. $\varphi \vee (\psi \wedge \chi)$ E$\vee$ 2,6,13

10) 1. $\neg(\varphi \wedge \psi)$ premisa
2. φ supuesto
3. ψ supuesto
4. $\varphi \wedge \psi$ I$\wedge$ 2,3
5. $\perp$ E$\neg$ 1,4
6. $\neg\psi$ I$\neg$ 3-5
7. $\neg\varphi \vee \neg\psi$ I$\vee$ 6
8. $\varphi \to \neg\varphi \vee \neg\psi$ I$\to$ 2-7
9. $\neg\varphi$ supuesto
10. $\neg\varphi \vee \neg\psi$ I$\vee$ 9
11. $\neg\varphi \to \neg\varphi \vee \neg\psi$ I$\to$ 9-10
12. $\neg(\varphi \vee \neg\varphi)$ supuesto
13. φ supuesto
14. $\varphi \vee \neg\varphi$ I$\vee$ 13
15. $\perp$ E$\neg$ 12,14
16. $\neg\varphi$ I$\neg$ 13-15
17. $\varphi \vee \neg\varphi$ I$\vee$ 16
18. $\perp$ E$\neg$ 12,17
19. $\neg\neg(\varphi \vee \neg\varphi)$ I$\neg$ 12-18
20. $\varphi \vee \neg\varphi$ DN 19
21. $\neg\varphi \vee \neg\psi$ E$\vee$ 8,11,20

1. $\neg\varphi \vee \neg\psi$ premisa

	2. $\neg\varphi$	supuesto
	3. $\varphi \wedge \psi$	supuesto
	4. φ	E$\wedge$ 3
	5. $\bot$	E$\neg$ 2,4
	6. $\neg(\varphi \wedge \psi)$	I$\neg$ 3-5
	7. $\neg\varphi \to \neg(\varphi \wedge \psi)$	I$\to$ 2-6
	8. $\neg\psi$	supuesto
	9. $\varphi \wedge \psi$	supuesto
	10. ψ	E$\wedge$ 9
	11. $\bot$	E$\neg$ 8,10
	12. $\neg(\varphi \wedge \psi)$	I$\neg$ 9-11
	13. $\neg\psi \to \neg(\varphi \wedge \psi)$	I$\to$ 8-12
	14. $\neg(\varphi \wedge \psi)$	E$\vee$ 1,7,13

11)	1. $\neg(\varphi \vee \psi)$	premisa
	2. φ	supuesto
	3. $\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 2
	4. $\bot$	E$\neg$ 1,3
	5. $\neg\varphi$	I$\neg$ 2-4
	6. ψ	supuesto
	7. $\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 6
	8. $\bot$	E$\neg$ 1,7
	9. $\neg\psi$	I$\neg$ 6-8
	10. $\neg\varphi \wedge \neg\psi$	I$\wedge$ 5,9

	1. $\neg\varphi \wedge \neg\psi$	premisa
	2. $\neg\varphi$	E$\wedge$ 1
	3. $\neg\psi$	E$\wedge$ 1
	4. $\varphi \vee \psi$	supuesto
	5. φ	supuesto
	6. $\bot$	E$\neg$ 2,5
	7. $\varphi \to \bot$	I$\to$ 5-6
	8. ψ	supuesto
	9. $\bot$	E$\neg$ 3,8
	10. $\psi \to \bot$	I$\to$ 8-9
	11. $\bot$	E$\vee$ 4,7,10
	12. $\neg(\varphi \vee \psi)$	I$\neg$ 4-11

12)	1. $\varphi \to \psi$	premisa
	2. $\neg\psi$	supuesto
	3. φ	supuesto
	4. ψ	E$\to$ 1,3
	5. $\bot$	E$\neg$ 2,4
	6. $\neg\varphi$	I$\neg$ 3-5
	7. $\neg\psi \to \neg\varphi$	I$\to$ 2-6

	1. $\neg\psi \to \neg\varphi$	premisa
	2. φ	supuesto
	3. $\neg\psi$	supuesto
	4. $\neg\varphi$	E$\to$ 1,3
	5. $\bot$	E$\neg$ 2,4
	6. $\neg\neg\psi$	I$\neg$ 3-5
	7. ψ	DN 6
	8. $\varphi \to \psi$	I$\to$ 2-7

13)	1. $\varphi \to (\psi \to \chi)$	premisa
	2. $\varphi \wedge \psi$	supuesto
	3. φ	E$\wedge$ 2
	4. $\psi \to \chi$	E$\to$ 1,3
	5. ψ	E$\wedge$ 2
	6. χ	E$\to$ 4,5
	7. $(\varphi \wedge \psi) \to \chi$	I$\to$ 2-6

14)	1. $(\varphi \wedge \psi) \to \chi$	premisa
	2. φ	supuesto
	3. ψ	supuesto
	4. $\varphi \wedge \psi$	I$\wedge$ 2,3
	5. χ	E$\to$ 1,4
	6. $\psi \to \chi$	I$\to$ 3-5
	7. $\varphi \to (\psi \to \chi)$	I$\to$ 2-6

15)	1. $\varphi \to \psi$	premisa
	2. $\varphi \wedge \neg\psi$	supuesto
	3. φ	E$\wedge$ 2
	4. ψ	E$\to$ 1,3
	5. $\neg\psi$	E$\wedge$ 2
	6. $\bot$	E$\neg$ 4,5
	7. $\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$	I$\neg$ 2-6

	1. $\neg(\varphi \wedge \neg\psi)$	premisa
	2. φ	supuesto
	3. $\neg\psi$	supuesto
	4. $\varphi \wedge \neg\psi$	I$\wedge$ 2,3
	5. $\bot$	E$\neg$ 1,4
	6. $\neg\neg\psi$	I$\neg$ 3-5
	7. ψ	DN 6
	8. $\varphi \to \psi$	I$\to$ 2-7

16)	1. $\varphi \to \psi$	premisa
	2. $\neg(\neg\varphi \vee \psi)$	supuesto
	3. $\neg\varphi$	supuesto
	4. $\neg\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 3
	5. $\bot$	E$\neg$ 2,4
	6. $\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 3-5
	7. φ	DN 6

	8. ψ	E$\rightarrow$ 1,7
	9. $\neg\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 8
	10. $\bot$	E$\neg$ 2,9
	11. $\neg\neg(\neg\varphi \vee \psi)$	I$\neg$ 2-10
	12. $\neg\varphi \vee \psi$	DN 11

	1. $\neg\varphi \vee \psi$	premisa
	2. $\neg\varphi$	supuesto
	3. φ	supuesto
	4. $\bot$	E$\neg$ 2,3
	5. ψ	EFSQ 4
	6. $\varphi \rightarrow \psi$	I$\rightarrow$ 3-5
	7. $\neg\varphi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$	I$\rightarrow$ 2-6
	8. ψ	supuesto
	9. φ	supuesto
	10. ψ	Rep 8
	11. $\varphi \rightarrow \psi$	I$\rightarrow$ 9-10
	12. $\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$	I$\rightarrow$ 8-11
	13. $\varphi \rightarrow \psi$	E$\vee$ 1,7,12

17)	1. $\varphi \wedge \psi$	premisa
	2. $\varphi \rightarrow \neg\psi$	supuesto
	3. φ	E$\wedge$ 1
	4. $\neg\psi$	E$\rightarrow$ 2,3
	5. ψ	E$\wedge$ 1
	6. $\bot$	E$\neg$ 4,5
	7. $\neg(\varphi \rightarrow \neg\psi)$	I$\neg$ 2-6

	1. $\neg(\varphi \rightarrow \neg\psi)$	premisa
	2. $\neg\varphi$	supuesto
	3. φ	supuesto
	4. $\bot$	E$\neg$ 2,3
	5. $\neg\psi$	EFSQ 4
	6. $\varphi \rightarrow \neg\psi$	I$\rightarrow$ 3-5
	7. $\bot$	E$\neg$ 1,6
	8. $\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 2-7
	9. φ	DN 8
	10. $\neg\psi$	supuesto
	11. φ	supuesto
	12. $\neg\psi$	Rep 10
	13. $\varphi \rightarrow \neg\psi$	I$\rightarrow$ 11-12
	14. $\bot$	E$\neg$ 1,13
	15. $\neg\neg\psi$	I$\neg$ 10-14
	16. ψ	DN 15
	17. $\varphi \wedge \psi$	I$\wedge$ 9,16

18)	1. $\varphi \vee \psi$	premisa
	2. $\neg\varphi$	supuesto
	3. φ	supuesto
	4. $\bot$	E$\neg$ 2,3
	5. ψ	EFSQ 4
	6. $\varphi \rightarrow \psi$	I$\rightarrow$ 3-5
	7. ψ	supuesto
	8. ψ	Rep 7
	9. $\psi \rightarrow \psi$	I$\rightarrow$ 7-8
	10. ψ	E$\vee$ 1,6,9
	11. $\neg\varphi \rightarrow \psi$	I$\rightarrow$ 2-10

	1. $\neg\varphi \rightarrow \psi$	premisa
	2. $\neg(\varphi \vee \psi)$	supuesto
	3. φ	supuesto
	4. $\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 3
	5. $\bot$	E$\neg$ 2,4
	6. $\neg\varphi$	I$\neg$ 3-5
	7. ψ	E$\rightarrow$ 1,6
	8. $\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 7
	9. $\bot$	E$\neg$ 2,8
	10. $\neg\neg(\varphi \vee \psi)$	I$\neg$ 2-9
	11. $\varphi \vee \psi$	DN 10

6. 1)	1. $q \vee \neg s$	premisa
	2. $\neg r \rightarrow \neg q$	premisa
	3. $s \wedge \neg r$	premisa
	4. q	supuesto
	5. $\neg r$	E$\wedge$ 3
	6. $\neg q$	E$\rightarrow$ 2,5
	7. $\bot$	E$\neg$ 4,6
	8. $q \rightarrow \bot$	I$\rightarrow$ 4-7
	9. $\neg s$	supuesto
	10. s	E$\wedge$ 3
	11. $\bot$	E$\neg$ 9,10
	12. $\neg s \rightarrow \bot$	I$\rightarrow$ 9-11
	13. $\bot$	E$\vee$ 1,8,12

2)	1. $q \rightarrow r$	premisa
	2. $(t \vee u) \rightarrow q$	premisa
	3. $\neg s \rightarrow \neg\neg q$	premisa

4. $t \lor \neg s$ supuesto
5. t supuesto
6. $t \lor u$ I$\lor$ 5
7. q E$\to$ 2,6
8. r E$\to$ 1,7
9. $t \to r$ I$\to$ 5-8
10. $\neg s$ supuesto
11. $\neg\neg q$ E$\to$ 3,10
12. q DN 11
13. r E$\to$ 1,12
14. $\neg s \to r$ I$\to$ 10-13
15. r E$\lor$ 4,9,14
16. $(t \lor \neg s) \to r$ I$\to$ 4-15

3) 1. $\neg(q \lor s)$ premisa
2. $\neg s \to \neg t$ premisa
3. $\neg t \to \neg r$ premisa
4. $\neg r \to p$ premisa
5. s supuesto
6. $q \lor s$ I$\lor$ 5
7. $\bot$ E$\neg$ 1,6
8. $\neg s$ I$\neg$ 5-7
9. $\neg t$ E$\to$ 2,8
10. $\neg r$ E$\to$ 3,9
11. p E$\to$ 4,10

4) 1. $(p \lor t) \to \neg\neg r$ premisa
2. $\neg(p \to r)$ premisa
3. p supuesto
4. $p \lor t$ I$\lor$ 3
5. $\neg\neg r$ E$\to$ 1,4
6. r DN 5
7. $p \to r$ I$\to$ 3-6
8. $\bot$ E$\neg$ 2,7
9. $\neg(q \to p)$ EFSQ 8

5) 1. $\neg\neg(r \lor s)$ supuesto
2. $r \lor s$ DN 1
3. r supuesto
4. $s \lor r$ I$\lor$ 3
5. $r \to (s \lor r)$ I$\to$ 3-4
6. s supuesto
7. $s \lor r$ I$\lor$ 6
8. $s \to (s \lor r)$ I$\to$ 6-7
9. $s \lor r$ E$\lor$ 2,5,8
10. $\neg\neg(r \lor s) \to (s \lor r)$ I$\to$ 1-9

6) 1. $\neg(\varphi \lor \psi)$ supuesto
2. φ supuesto
3. $\varphi \lor \psi$ I$\lor$ 2
4. $\bot$ E$\neg$ 1,3
5. $\neg\varphi$ I$\neg$ 2-4
6. ψ supuesto
7. $\varphi \lor \psi$ I$\lor$ 6
8. $\bot$ E$\neg$ 1,7
9. $\neg\psi$ I$\neg$ 6-8
10. $\neg\varphi \land \neg\psi$ I$\land$ 5,9
11. $\neg(\varphi \lor \psi) \to (\neg\varphi \land \neg\psi)$ I$\to$ 1-10

7) 1. $\neg(p \lor q)$ premisa
2. $\neg t \to q$ premisa
3. $p \lor \neg r$ premisa
4. s supuesto
5. p supuesto
6. $p \lor q$ I$\lor$ 5
7. $\bot$ E$\neg$ 1,6
8. $\neg r$ EFSQ 7
9. $p \to \neg r$ I$\to$ 5-8
10. $\neg r$ supuesto
11. $\neg r$ Rep 10
12. $\neg r \to \neg r$ I$\to$ 10-11
13. $\neg r$ E$\lor$ 3,9,12
14. $s \to \neg r$ I$\to$ 4-13

8) 1. $p \to (q \lor r)$ supuesto
2. $\neg q \land p$ supuesto
3. p E$\land$ 2
4. $q \lor r$ E$\to$ 1,3
5. q supuesto
6. $\neg q$ E$\land$ 2
7. $\bot$ E$\neg$ 5,6
8. r EFSQ 7
9. $q \to r$ I$\to$ 5-8
10. r supuesto
11. r Rep 10
12. $r \to r$ I$\to$ 10-11
13. r E$\lor$ 4,9,12
14. $(\neg q \land p) \to r$ I$\to$ 2-13
15. $(p \to (q \lor r)) \to ((\neg q \land p) \to r)$ I$\to$ 1-14

9) 1. $\varphi \lor \psi$ supuesto
2. $\neg\varphi$ supuesto

3.	φ	supuesto
4.	$\perp$	E$\neg$ 2,3
5.	ψ	EFSQ 4
6.	$\varphi \to \psi$	I$\to$ 3-5
7.	ψ	supuesto
8.	ψ	Rep 7
9.	$\psi \to \psi$	I$\to$ 7-8
10.	ψ	E$\vee$ 1,6,9
11.	$\neg\varphi \to \psi$	I$\to$ 2-10
12.	$(\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \to \psi)$	I$\to$ 1-11

10)

1.	$p \vee q$	premisa
2.	$p \to t$	premisa
3.	$q \to t$	premisa
4.	$t \to (r \wedge s)$	premisa
5.	t	E$\vee$ 1,2,3
6.	$r \wedge s$	E$\to$ 4,5
7.	r	E$\wedge$ 6
8.	s	E$\wedge$ 6
9.	$r \to \neg s$	supuesto
10.	$\neg s$	E$\to$ 7,9
11.	$\perp$	E$\neg$ 8,10
12.	$\neg(r \to \neg s)$	E$\vee$ 6,10,14

11)

1.	$\neg\varphi \to \psi$	supuesto
2.	$\neg(\varphi \vee \psi)$	supuesto
3.	$\neg\varphi$	supuesto
4.	ψ	E$\to$ 1,3
5.	$\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 4
6.	$\perp$	E$\neg$ 2,5
7.	$\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 3-6
8.	φ	DN 7
9.	$\varphi \vee \psi$	I$\vee$ 8
10.	$\perp$	E$\neg$ 2,9
11.	$\neg\neg(\varphi \vee \psi)$	I$\neg$ 2-10
12.	$\varphi \vee \psi$	DN 11
13.	$(\neg\varphi \to \psi) \to (\varphi \vee \psi)$	I$\to$ 1-12

12)

1.	$p \to (q \vee r)$	premisa
2.	$\neg q$	premisa
3.	$\neg r$	premisa
4.	p	supuesto
5.	$q \vee r$	E$\to$ 1,4
6.	q	supuesto
7.	$\perp$	E$\neg$ 2,6
8.	$q \to \perp$	I$\to$ 6-7
9.	r	supuesto
10.	$\perp$	E$\neg$ 3,9
11.	$r \to \perp$	I$\to$ 9-10
12.	$\perp$	E$\vee$ 5,8,11
13.	$\neg p$	I$\neg$ 4-12

13)

1.	$p \wedge q$	premisa
2.	$p \to (r \vee \neg t)$	premisa
3.	$q \to t$	premisa
4.	p	E$\wedge$ 1
5.	q	E$\wedge$ 1
6.	$r \vee \neg t$	E$\to$ 2,4
7.	t	E$\to$ 3,5
8.	r	supuesto
9.	r	Rep 8
10.	$r \to r$	I$\to$ 8-9
11.	$\neg t$	supuesto
12.	$\perp$	E$\neg$ 7,11
13.	r	EFSQ 12
14.	$\neg t \to r$	I$\to$ 11-13
15.	r	E$\vee$ 6,10,14

14)

1.	$p \vee q$	premisa
2.	$t \to \neg p$	premisa
3.	$\neg(q \vee r)$	premisa
4.	p	supuesto
5.	t	supuesto
6.	$\neg p$	E$\to$ 2,5
7.	$\perp$	E$\neg$ 4,6
8.	$\neg t$	I$\neg$ 5-7
9.	$p \to \neg t$	I$\to$ 4-8
10.	q	supuesto
11.	$q \vee r$	I$\vee$ 10
12.	$\perp$	E$\neg$ 3,11
13.	$\neg t$	EFSQ 12
14.	$q \to \neg t$	I$\to$ 10-13
15.	$\neg t$	E$\vee$ 1,9,14

15)

1.	$p \to (q \wedge \neg r)$	premisa
2.	$s \to \neg r$	premisa
3.	r	premisa
4.	$p \vee s$	supuesto
5.	p	supuesto
6.	$q \wedge \neg r$	E$\to$ 1,5
7.	$\neg r$	E$\wedge$ 6
8.	$\perp$	E$\neg$ 3,7

	9. $p \to \bot$	I$\to$ 5-8
	10. s	supuesto
	11. $\neg r$	E$\to$ 2,10
	12. $\bot$	E$\neg$ 3,11
	13. $s \to \bot$	I$\to$ 10-12
	14. $\bot$	E$\vee$ 4,9,13
	15. $\neg(p \vee s)$	I$\neg$ 4-14
16)	1. $(p \wedge q) \to r$	premisa
	2. $\neg(p \vee r) \to s$	premisa
	3. $p \to q$	premisa
	4. $\neg s$	supuesto
	5. $\neg(p \vee r)$	supuesto
	6. s	E$\to$ 2,5
	7. $\bot$	E$\neg$ 4,6
	8. $\neg\neg(p \vee r)$	I$\neg$ 5-7
	9. $p \vee r$	DN 8
	10. p	supuesto
	11. q	E$\to$ 3,10
	12. $p \wedge q$	I$\wedge$ 10,11
	13. r	E$\to$ 1,12
	14. $p \to r$	I$\to$ 10-14
	15. r	supuesto
	16. r	Rep 15
	17. $r \to r$	I$\to$ 15-16
	18. r	E$\vee$ 9,14,17
	19. $\neg s \to r$	I$\to$ 4-18
17)	1. $p \to (q \vee r)$	premisa
	2. $q \to t$	premisa
	3. $\neg t \vee s$	premisa
	4. $s \to w$	premisa
	5. $r \to \neg(w \to \neg u)$	premisa
	6. p	supuesto
	7. $q \vee r$	E$\to$ 1,6
	8. q	supuesto
	9. t	E$\to$ 2,8
	10. $\neg t$	supuesto
	11. $\bot$	E$\neg$ 9,10
	12. w	EFSQ 11
	13. $\neg t \to w$	I$\to$ 10-12
	14. w	E$\vee$ 3,4,13
	15. $q \to w$	I$\to$ 8-14
	16. r	supuesto
	17. $\neg(w \to \neg u)$	E$\to$ 5, 16
	18. $\neg w$	supuesto
	19. w	supuesto
	20. $\bot$	E$\neg$ 18,19
	21. $\neg u$	EFSQ 20
	22. $w \to \neg u$	I$\to$ 19-21
	23. $\bot$	E$\neg$ 17,22
	24. $\neg\neg w$	I$\neg$ 18-23
	25. w	DN
	26. $r \to w$	I$\to$ 16-25
	27. w	E$\vee$ 7,15,26
	28. $p \to w$	I$\to$ 6-27

7.

1)	1. $\neg(\varphi \vee \psi)$	premisa
	2. $\neg\varphi \wedge \neg\psi$	Regla de De Morgan 1
	3. $\neg(\neg\varphi \to \psi)$	ej. 3.8 (sec. 1.4) ℹ 2
2)	1. $\neg(\neg\varphi \to \psi)$	premisa
	2. $\neg\varphi \wedge \neg\psi$	ej. 3.9 (sec. 1.4) ℹ 1
	3. $\neg(\varphi \vee \psi)$	Regla de De Morgan 2
3)	1. $\neg(\varphi \to \psi)$	premisa
	2. $\varphi \wedge \neg\psi$	ej. 3.9 (sec. 1.4) ℹ 1
	3. φ	E$\wedge$ 2
	4. $\neg\psi$	E$\wedge$ 2
	5. $\varphi \to \neg\neg\varphi$	ej. 8.a (Gamut [2, §4.3.5])
	6. $\neg\neg\varphi$	E$\to$ 3,5
	7. $\neg\neg\varphi \wedge \neg\psi$	I$\wedge$ 4,6
	8. $\neg(\neg\varphi \vee \psi)$	Regla de De Morgan 7
4)	1. $\neg(\neg\varphi \vee \psi)$	premisa
	2. $\neg\neg\varphi \wedge \neg\psi$	Regla de De Morgan 1
	3. $\neg\neg\varphi$	E$\wedge$ 2
	4. φ	DN 3
	5. $\neg\psi$	E$\wedge$ 2
	6. $\varphi \wedge \neg\psi$	I$\wedge$ 4,5
	7. $\neg(\varphi \to \psi)$	ej. 3.8 (sec. 1.4) ℹ 6

8.

1)

1.	φ	supuesto
2.	$\neg\varphi$	supuesto
3.	$\bot$	E$\neg$ 1,2
4.	$\neg\neg\varphi$	I$\neg$ 2-3
5.	φ	DN 4
6.	$\varphi \to \varphi$	I$\to$ 1-5

2)

1.	φ	premisa
2.	$\varphi \vee \varphi$	I$\vee$ 1
3.	$\varphi \wedge (\varphi \vee \varphi)$	I$\wedge$ 1,2
4.	φ	E$\wedge$ 3
5.	$\varphi \wedge \varphi$	I$\wedge$ 1,4

9. 1) Probamos que DN es una regla derivada en el sistema que resulta de agregarle el esquema de axioma $\varphi \vee \neg\varphi$ a la Lógica Intuicionista.

1.	$\varphi \vee \neg\varphi$	axioma
2.	$\neg\neg\varphi$	premisa
3.	φ	supuesto
4.	φ	Rep 3
5.	$\varphi \to \varphi$	I$\to$ 3-4
6.	$\neg\varphi$	supuesto
7.	$\bot$	E$\neg$ 2,6
8.	φ	EFSQ 7
9.	$\neg\varphi \to \varphi$	I$\to$ 6-8
10.	φ	E$\vee$ 1,5,9

2) Probamos $\bot$ sin premisas, sin utilizar EFSQ ni DN.

1.	φ	supuesto
2.	φ	Rep 2
3.	$\varphi \to \varphi$	I$\to$ 1-2
4.	$(\varphi \to \varphi)$ tonk $\bot$	I*tonk* 3
5.	$\bot$	E*tonk* 4

10. El Sistema Minimal y el Sistema Intuicionista son incompletos con respecto al conjunto de tautologías y relaciones de consecuencia semántica de $\mathcal{L}$, *i.e.* existen tautologías que no son demostrables y argumentos válidos cuyas conclusiones no son derivables a partir de las premisas en estos sistemas. En el Sistema Intuicionista DN no es derivable y el Principio de Tercero Excluido no es demostrable sin premisas. En el Sistema Minimal, que es más pequeño que el Intuicionista, tampoco es derivable EFSQ ni $\neg p \to (p \to q)$ sin premisas, que es una tautología.

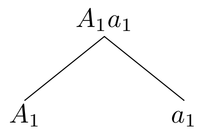
2.1.

1. 1) *Todos* los perros van al cielo.
   2) *Algunos* gatos van al cielo.
   3) Agustina tiene *un* perro.
   4) No contiene cuantificadores.
   5) No contiene cuantificadores.
   6) *Hay* un mundo mejor.
   7) *Los* colectiveros de la línea 44 están de paro.
   8) *Los* primeros días de enero los vamos a pasar en Mendoza.
   9) *Una* persona vino vestida de traje.
   10) *Nada* me impresionó demasiado.
   11) No *todos* los gatos van al cielo.
   12) La primera oración contiene *un* cuantificador.
   13) *Algunas* oraciones contienen cuantificadores.

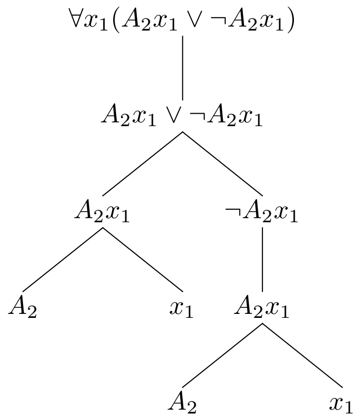
2.2.

2.2.1.

1. 1) Sí, es una fórmula atómica.



   2) Sí, su signo principal es $\forall x_1$.

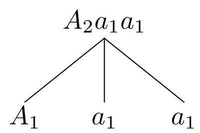


   3) No, la conjunción sólo puede unir fórmulas, y x no lo es.

   4) No, porque A, C y x no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$.

   5) No, porque A, C, x y b no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$.

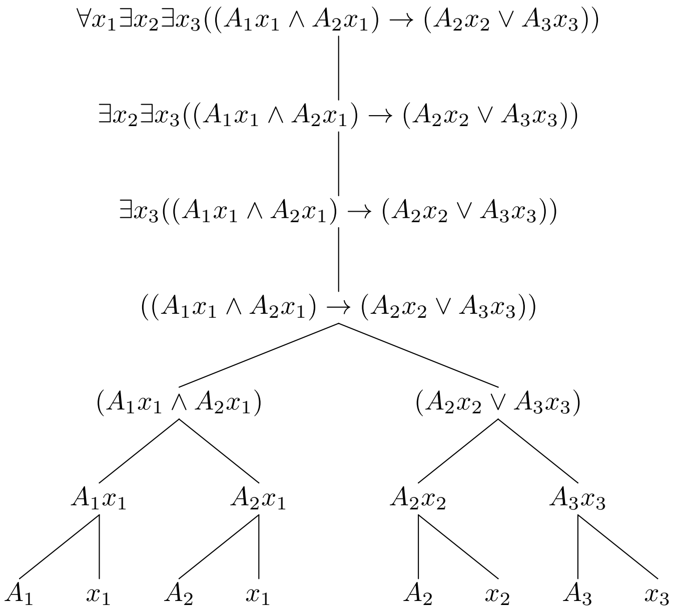
   6) Sí, es una fórmula atómica.



   7) No, porque A_1 no puede funcionar como letra de predicado monádica y diádica a la vez.

   8) No, la conjunción sólo puede unir fórmulas, y $\exists x_1$ no lo es.

   9) Sí, su signo principal es $\forall x_1$.



10) No, porque M, B y x no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$.

11) No, porque G, F, x, y, z y b no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$ y faltan paréntesis exteriores.

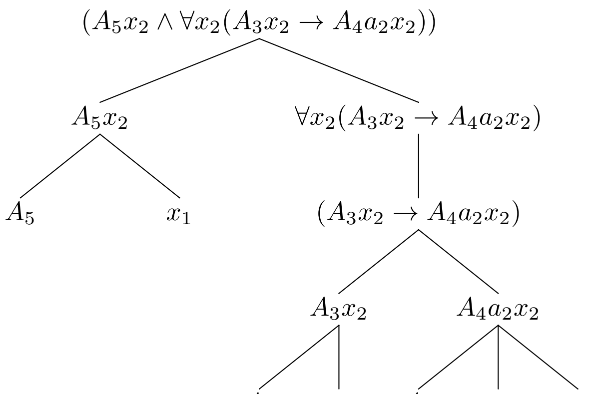
12) No, porque A, C, b y c no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$, faltan paréntesis exteriores y si A fuera una letra de predicado no podría funcionar simultáneamente como monádica y diádica.

13) No, porque N, x e y no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$, falta un paréntesis derecho y $\exists y$ no es una fórmula de este lenguaje.

14) No, porque P, B, x, z y a no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$ y faltan paréntesis exteriores.

15) No, porque faltan paréntesis exteriores y $\forall x_2$ no es una fórmula de $\mathcal{L}_{PO}$.

16) Sí, su signo principal es $\wedge$.



17) No, porque F, G, P, y y a no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$ y faltan paréntesis exteriores.

18) No, porque F, G, P, y y a no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$.

19) No, porque P, F, x, y, z y a no pertenecen al vocabulario de $\mathcal{L}_{PO}$, faltan paréntesis exteriores y si P fuera una letra de predicado no podría funcionar simultáneamente como monádica y diádica.

2. **4)** $\exists x(Ax \wedge Cx)$
Signo principal: $\exists x$
Alcance de $\exists x$*:* $(Ax \wedge Cx)$
Variables libres: no hay

5) $\exists x(Ab \wedge Cb)$
Signo principal: $\exists x$
Alcance de $\exists x$*:* $(Ab \wedge Cb)$
Variables libres: no hay

10) $Mx \wedge \exists x Bx$
Signo principal: $\wedge$
Alcance de $\exists x$*:* Bx
Variables libres: la primera aparición de x

11) $\neg\exists x(Fx \wedge ((Gx \vee Fy) \wedge Fz)) \to \forall x \forall z Fb$
Signo principal: $\to$
Alcance de $\exists x$*:* $(Fx \wedge ((Gx \vee Fy) \wedge Fz))$
Alcance de $\forall x$*:* $\forall z Fb$
Alcance de $\forall z$*:* Fb
Variables libres: y y z

14) $Pa \wedge \neg\neg\neg\forall x \neg\forall x \neg\exists z(Bxz \vee Bzx)$
Signo principal: $\wedge$
Alcance de la primera aparición de $\forall x$*:* $\neg\forall x \neg\exists z(Bxz \vee Bzx)$
Alcance de la segunda aparición de $\forall x$*:* $\neg\exists z(Bxz \vee Bzx)$
Alcance de $\exists z$*:* $(Bxz \vee Bzx)$
Variables libres: no hay

17) $Fy \wedge \forall y(Gy \to Pay)$
Signo principal: $\wedge$
Alcance de $\forall y$*:* $(Gy \to Pay)$
Variables libres: la primera aparición de y

18) $\forall y(Fy \wedge (Gy \to Pay))$
Signo principal: $\forall y$
Alcance de $\forall y$*:* $(Fy \wedge (Gy \to Pay))$
Variables libres: no hay

3. 1) $\forall x$

2) *Alcance de* $\forall x$*:* $(Px \to \forall y \exists x Qxyz)$
Alcance de $\forall y$*:* $\exists x Qxyz$
Alcance de $\exists x$*:* $Qxyz$

3) z

4) $\forall x$ liga la primer aparición de x, $\forall y$ liga y y $\exists x$ liga la segunda aparición de x.

5) Es una función proposicional porque tiene una variable libre.

4. 1) Falso, porque la Lógica Proposicional está incluida en la Lógica de Predicados. La última permite un análisis más fino que la primera y constituye una mejora con respecto a esta.

2) Falso, porque existen fórmulas con variables libres.

3) Verdadero, A_1x_1, por ejemplo.

4) Falso. El alcance de un cuantificador es la primera fórmula bien formada que le sigue inmediatamente. El alcance de $\forall y$ es Py.

5) Falso, porque, por ejemplo, en $\forall y Ax$, x se encuentra bajo el alcance de $\forall y$ pero no está ligada por este cuantificador porque la variable es diferente. También, en $\forall x \exists x Ax$, x no está ligada por $\forall x$ pero está dentro de su alcance.

5. 1) Las letras proposicionales proveen un análisis demasiado grueso de las expresiones no lógicas. La Lógica de Predicados las reemplaza por expresiones compuestas, para que la estructura interna de la proposición pueda también jugar un papel en en análisis lógico.

Así, es posible dar cuenta de la validez de más argumentos y de la verdad lógica de más enunciados. En lugar de perder capacidad expresiva, se gana.

2) Si quitamos uno de los cuantificadores de $\mathcal{L}_{PO}$ no se perdería capacidad expresiva, porque ambos son definibles en términos del otro por medio de la negación: $\forall x\varphi$ expresa lo mismo que $\neg\exists x\neg\varphi$ y $\exists x\varphi$ expresa lo mismo que $\neg\forall x\neg\varphi$. Si quitamos uno de los cuantificadores y la negación perdemos las proposiciones que son expresables mediante el otro cuantificador.

3) No. Una variable x está ligada por un cuantificador sólo si se encuentra bajo su alcance.

4) Sí, por ejemplo, en $Ax \vee \exists xBx$

5) $\forall x\exists yRxx$ tiene 3 subfórmulas: Rxx, $\exists yRxx$ y $\forall x\exists yRxx$. Rx no es una de las subfórmulas, porque si $\forall x\exists yRxx$ es una fórmula, R es un predicado diádico y, por tanto, sólo da lugar a fórmulas cuando se antepone a dos términos.

6) Dos: $\forall x\varphi$ y φ.

7) Cero, porque φ puede tener variables que no sean x y que estén libres, con lo cual ni φ ni $\forall x\varphi$ serían oraciones en ese caso.

8) Pueden construirse cuatro fórmulas: Raa, Rax, Rxa y Rxx. De ellas, sólo la primera es una oración. Si R fuera un predicado n-ario podríamos construir 2^n fórmulas, de las cuales sólo una sería una oración: $R\underbrace{a\ldots a}_{n}$. Todas las demás expresiones contendrían al menos una x y serían, por tanto, funciones proposicionales en lugar de oraciones.

9) Puede construirse un número infinito de fórmulas: Px, $\forall xPx$, $\forall x\forall xPx$, etc.. Sólo una de ellas—la primera—es una función proposicional.

10) No, porque todas las fórmulas de $\mathcal{L}_{PO}$ contienen al menos un predicado de aridad 1 o mayor, pero 'Llueve.' no contiene ninguno de estos predicados. Podríamos decir que es un predicado de aridad 0, esto es, que no lleva objetos.

6.

φ	[c/x]φ	
Axb	Acb	☑
$\forall xAx$	$\forall xAc$	⊠
$\exists xAx$	$\exists xAx$	☑
Axx	Acc	☑
$\neg\exists x(Fx \wedge Gx) \to Gx$	$\neg\exists x(Fx \wedge Gx) \to Gc$	☑
$Fx \wedge Gx \to Gx$	$Fx \wedge Gx \to Gc$	⊠
$\exists x\exists y(Fxy \vee Fyx) \vee \forall xFx$	$\exists x\exists y(Fxy \vee Fyx) \vee \forall xFx$	☑
$\exists x\exists y(Fxy \vee Fyx) \vee \forall xFx$	$\exists x\exists y(Fay \vee Fyxc) \vee \forall xFx$	⊠
$\forall x\forall y(Axy \to Ayx) \wedge \neg Fx$	$\forall x\forall y(Axy \to Ayx) \wedge \neg Fc$	☑
Fcx	Fcc	☑
$\forall xFx \to Gcc$	$\forall xFx \to Gcc$	☑

7. 1) Es un término.
2) No es ni un término ni una fórmula.
3) No es ni un término ni una fórmula.
4) Es un término.
5) Es una fórmula.
6) Es una fórmula.

8. 1) a. Si φ es una fórmula atómica, tiene 0 cuantificadores.
b. Si φ tiene n cuantificadores, $\neg\varphi$ tiene n cuantificadores.

c. Si φ tiene n y ψ m cuantificadores, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ tienen $m+n$ cuantificadores.

d. Si φ tiene n cuantificadores y v es una variable, $\forall v\varphi$ y $\exists v\varphi$ tienen $n+1$ cuantificadores.

2) a. Si φ es una fórmula atómica, tiene 1 letra de predicado.

b. Si φ tiene n letras de predicado y v es una variable, $\neg\varphi$, $\forall v\varphi$ y $\exists v\varphi$ tienen n letras de predicado.

c. Si φ tiene n y ψ m letras de predicado, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ tienen $m+n$ letras de predicado.

3) a. Si φ es una fórmula atómica dada por un predicado n-ádico, tiene n términos.

b. Si φ tiene n términos y v es una variable, $\neg\varphi$, $\forall v\varphi$ y $\exists v\varphi$ tienen n términos.

c. Si φ tiene n y ψ m términos, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ tienen $m+n$ términos.

4) a. Si φ es una fórmula atómica, tiene 0 conectivas.

b. Si φ tiene n conectivas, $\neg\varphi$ tiene $n+1$ conectivas.

c. Si φ tiene n y ψ m conectivas, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ tienen $m+n+1$ conectivas.

d. Si φ tiene n conectivas y v es una variable, $\forall v\varphi$ y $\exists v\varphi$ tienen n conectivas.

5) a. Si φ es una fórmula atómica dada por un predicado n-ádico, tiene $n+1$ símbolos.

b. Si φ tiene n símbolos, $\neg\varphi$ tiene $n+1$ símbolos.

c. Si φ tiene n y ψ m símbolos, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ tienen $m+n+3$ símbolos.

d. Si φ tiene n símbolos y v es una variable, $\forall v\varphi$ y $\exists v\varphi$ tienen $n+2$ símbolos.

2.2.2.

1. 1) r: Ren, s: Stimpy
Exy: x escupió a y

$$Ers \wedge \neg Esr$$

2) l: Lisa, n: Nelson
Bxy: x besa a y
Cx: x se calla

$$Bln \rightarrow Cl$$

3) d: Dinamarca, a: Alemania, f: Francia
$Exyz$: x está entre y y z

$$\neg Edaf$$

4) a: Alberto, j: Jorge
Axy: x ama a y

$$(Aaj \wedge Aja) \rightarrow Ajj$$

5) c: Colón, a: Océano Atlántico, l: La Niña
$Cxyz$: x cruza y en z
Rx: x se rompe en pedazos

$$Rl \rightarrow Ccal$$

6) s: Superman, l: Luisa Lane, c: Clark Kent
Ex: x es un extraterrestre
Vx: x es valiente
Axy: x ama a y

$$(Es \wedge Vs) \rightarrow (\neg Vl \wedge Alc)$$

7) h: Hitler
Gx: x es un general alemán
Ax: x es alemán

$$Gh \wedge \neg Ah$$

8) v: Viviana, j: Jorge, g: Gerardo
Ex: x es exitoso
Mx: x es mujer
$Sxyz$: x se sentó entre y y z

$$(Ev \wedge Mv) \wedge Svjg$$

9) d: Dilma, l: Lula
Px: x es un presidente progresista
Gxy: x sigue en la presidencia a y

$$(Pd \wedge Gdl)$$

10) j: Juan, m: Mariela
Hxy: x e y son hermanos
Gxy: x es más grande que y
Axy: x es más alto que y

$$Hjm \wedge \neg(Gjm \rightarrow Ajm)$$

2. 1) Lx: x es un libro
Fx: x es famoso
Ax: x es aburrido.

$$\exists x((Lx \wedge Fx) \wedge Ax)$$

2) Cx: x es una carta
Vx: x es viejo
Ix: x es ilegible

$$\exists x(Cx \wedge (Vx \wedge Ix))$$

3) Ax: x es un animal
Cx: x es cefalópodo
Sx: x es sensible
Vx: x es valiente

$$\forall x((Ax \wedge Cx) \rightarrow (Sx \vee Vx))$$

4) Mx: x está muerto
Zx: x es un zombie

$$\forall x(Zx \rightarrow Mx)$$

5) Cx: x es una casa
Vx: x vive
Mx: x muere

$$\forall x(Cx \rightarrow (Vx \wedge Mx))$$

6) Rx: x es un río
Ax: x es azul
Vx: x es verde

$$\exists x(Rx \wedge (\neg Ax \wedge Vx))$$

7) Hx: x es un hereje
Vx: x vivirá

$$\neg\exists x(Hx \wedge Vx)$$

8) Mx: x es mafioso
Dxy: x daña a y

$$\exists x(Mx \wedge Dxx)$$

9) Dx: x es un dragón
Fx: x tira fuego
Hx: x habla

$$\neg\forall x(Dx \rightarrow (Fx \vee \neg Hx))$$

10) Hx: x es hombre
Ax: x tiene alas
Vx: x vuela
Qx: x se queja

$$\neg\exists x((Hx \wedge Ax) \wedge (Vx \wedge \neg Qx))$$

3. 1) *Dominio:* Personas y dibujos animados
m: Mickey, p: Pluto
Axy: x admira a y
Px: x es persona

$$\forall x(Px \rightarrow Axm) \wedge \neg\exists x(Px \wedge Axp)$$

2) *Dominio:* Personas y lugares
a: Angola, d: Duque Félix II
Ix: x es inglés
$Cxyz$: x compró y a z

$$\exists x(Ix \wedge Cxad)$$

3) *Dominio:* Personas
g: Gene Kelly
Fx: x es famoso
Axy: x admira a y

$$\exists x(Fx \wedge \neg Axg)$$

4) *Dominio:* Personas
d: Duke Ellington
Jx: x es jazzista
Exy: x escuchó a y

$$\forall x(Jx \to Exd)$$

5) *Dominio:* Espacios
r: Roma
Cx: x es un camino
Dx: x conduce a y

$$\forall x(Cx \to Dxr)$$

6) *Dominio:* Seres vivos
r: Raúl Portal
Axy: x ama a y
Bx: x es un animal

$$\neg\forall x(Bx \to Arx)$$

7) *Dominio:* Objetos materiales
o: Orson Welles
Axy: x actuó en y
Px: x es una película
Nx: x es norteamericana

$$\exists x(Aox \wedge (Px \wedge Nx))$$

8) *Dominio:* Objetos materiales
b: Borges
Exy: x escribió y
Nx: x es una novela

$$\neg\exists x(Ebx \wedge Nx)$$

9) *Dominio:* Objetos materiales
k: Kafka, m: Max Brod
Axy: x se avergüenza de y
Pxy: x publica y
Nx: x es una novela
Exy: x escribe y

$$Akk \wedge (\neg Amk \wedge \forall x((Nx \wedge Ekx) \to Pmx))$$

10) *Dominio:* Objetos materiales
d: David Lynch
Fxy: x filmó y
Px: x es una película
Ex: x es europeo
Cx: x es un corto

$$\neg\exists x(Fdx \wedge (Px \wedge Ex)) \wedge \exists x(Fdx \wedge (Cx \wedge Ex))$$

4. 1) *Dominio:* Personas y lugares
p: París
$Lxyz$: x lleva a y a z

$$\forall x \exists y Lxyp$$

2) *Dominio:* Personas
Oxy: x odia a y

$$\neg\exists x \forall y Oxy$$

3) *Dominio:* Seres vivos
Px: x es persona
Txy: x tiene y

$$\neg\exists x(Px \wedge \forall y Txy)$$

4) *Dominio:* Personas
Ex: x es escritor
Fxy: x escribió y

$$\forall x(Ex \to \exists y Fxy)$$

5) *Dominio:* Hechos
Ax: x es una acción
Cxy: x causa y

$$\exists x(Ax \wedge \neg\exists y Cxy)$$

6) *Dominio:* Personas
Nx: x es ninja
Exy: x esconde y

$$\exists x \forall y(Ny \to \neg Eyx)$$

7) *Dominio:* Personas
Vx: x es vecino
Oxy: x odia a y
Px: x es político

$$\exists x(Vx \wedge \forall y(Py \to Oxy))$$

8) *Dominio:* Personas y temas
Mx: x es maestro
Exy: x enseña y
Tx: x es un tema

$$\forall x(Mx \to \exists y(Exy \wedge Ty))$$

9) *Dominio:* Personajes mitológicos
Dx: x es un dios griego
Exy: x es enemigo de y
Mxy: x mata a y

$$\forall x(Dx \to \forall y(Exy \to Mxy))$$

10) *Dominio:* Personas y sucesos
Rx: x es un rebelde
Gxy: x genera y
Sx: x es una revolución

$$\neg\forall x(Rx \to \exists y(Gxy \land Sy))$$

11) *Dominio:* Personas y argumentos
Ax: x es un argumento
Vx: x es válido
Cxy: x convence a y
Px: x es persona

$$\exists x((Ax \land Vx) \land \forall y(Py \to \neg Cxy))$$

12) *Dominio:* Figuras geométricas
Lx: x es una línea
Pxy: x es paralela a y
Qxy: x es perpendicular a y

$$\forall x\forall y(Lx\land Ly\land\neg Pxy \to \neg\exists z(Lz\land Qzx\land Qzy))$$

13) *Dominio:* Personas
Hxy: x e y son hermanos
Pxy: x e y se pelean
$Axyz$: x es de afuera respecto a y e z
Dxy: x devora a y

$$\forall x\forall y(Hxy\land Pxy \to \forall z(Azxy \to Dzx\land Dzy))$$

14) *Dominio:* Personas y cosas
Ax: x es un autor
Exy: x escribió y
Lx: x es un libro
Pxy: x prefiere no haber escrito y

$$\forall x(Ax \to \exists y(Exy \land Ly \land Pxy))$$

15) *Dominio:* Cosas
Mx: x es un metal
Dx: x se dilata
Sx: x es sometido a y
Fx: x es una fuente de calor

$$\forall x(Mx \land \exists y(Fy \land Sxy) \to Dx)$$

16) *Dominio:* Personas y cosas
m: María, a: el auto de María
Px: x es persona
$Lxyz$: x prestó y a z
$Rxyz$: x recuerda que le presto y a z

$$\exists x(Px \land Lmax) \land \forall x(Lmax \to \neg Rmax)$$

17) *Dominio:* Personas y cosas
Px: x es persona
Ax: x es un auto
Bxy: x pertenece a y
$Txyz$: x tomó prestado y
$Dxyz$: x piensa devolver y a z

$$\exists x\exists z(Px\land Pz\land\exists y(Ay\land Byz\land Txy\land\neg Dxyz))$$

18) *Dominio:* Personas y cosas
a: Alonso, d: Diego, l: Lautaro
Cx: x es una cosa
$Rxyz$: x regala y a z

$$\neg\exists xRaxd \to \exists xRlxd$$

19) *Dominio:* Cosas
Px: x es un paquete de caramelos
Cx: x es comida

$$\forall x(Px \to \neg Cx)$$

20) *Dominio:* Animales
Mx: x es un murciélago
Vx: x vuela de noche

$$\forall x(Mx \to Vx)$$

21) *Dominio:* Personas y cosas
Px: x es una persona
Cx: x es una cosa
Rxy: x rompe y
Gxy: x paga y

$$\forall x\forall y(Px \land Cy \land Rxy \to Gxy)$$

22) *Dominio:* Personas
Ex: x estudia todo el día
Dx: x disfruta la vida

$$\forall x(Ex \to \neg Dx)$$

23) *Dominio:* Personas
Axy: x ama a y

$$\exists x Axx$$

24) *Dominio:* Seres vivos
p: Paula
Gx: x es una gata
Txy: x tiene y
Mxy: x mima a y

$$\exists x(Gx \wedge Tpx \wedge Mpx)$$

25) *Dominio:* Personas
l: yo
Ax: x asiste
Fx: x es filósofo

$$\forall x(Ax \rightarrow Fx) \rightarrow \neg Al$$

5. 1) *Dominio:* Personas
Bxy: x sacó a bailar a y
Jx: x es joven
Ax: x es anciano

(1) $\exists x \exists y Bxy$
(2) $\exists x(Jx \wedge \forall y Bxy)$
(3) $\exists x(Ax \wedge \forall y(Vy \rightarrow \neg Bxy))$
(4) $\exists x(Ax \wedge \neg \exists y(Jy \wedge Byx))$
(5) $\neg \exists x(Jx \wedge Bxx)$
(6) $\exists x(Ax \wedge \exists y(Ay \wedge \neg Bxy)$

2) *Dominio:* Personas
Oxy: x obedece a y
Jx: x es joven
Ax: x es adulto
Fxy: x es amigo de y

(1) $\forall x(Jx \rightarrow \exists y(Ay \wedge Oxy))$
(2) $\neg \exists x(Jx \wedge \forall y(Ay \rightarrow Oxy))$
(3) $\forall x \forall y(Jx \wedge Oxy \rightarrow Ay)$
(4) $\exists x(Ax \wedge \forall y(Jy \rightarrow Axy))$
(5) $\neg \forall x(Jx \rightarrow \exists y(Jy \wedge Axy))$
(6) $\forall x \forall y(Jx \wedge Axy \rightarrow Jy)$

3) *Dominio:* Personas y ciudades
j: Juan, r: Roma, l: Londres, p: Pedro
Px: x es persona
Cx: x es una ciudad
Vxy: x visitó y

(1) Vjr
(2) $\forall x(Px \rightarrow Vxr)$
(3) $\neg \exists x(Px \wedge \forall y(Cy \rightarrow Vxy))$
(4) $\forall x(Px \rightarrow \exists y(Cy \wedge Vxy))$
(5) $\exists x(Cx \wedge \forall y(Py \rightarrow Vyx))$
(6) $\forall x((Px \wedge Vxr) \rightarrow Vxl)$
(7) $\forall x((Vpx \wedge Cx) \rightarrow \forall y(Py \rightarrow Vyx))$
(8) $\forall x((Px \wedge \exists y(Cy \wedge Vxy)) \rightarrow \forall y(Cy \rightarrow Vxy))$

4) *Dominio:* Personas, canales de televisión, programas de televisión
Cx: x es un canal de televisión
Px: x es un programa
Dx: x es cronista
Ax: x es amarillista
Qx: x es presidente
Txy: x se transmite en y
Hxy: x habla en y
Rx: x es persona.

(1) $\forall x(Cx \rightarrow \exists y(Tyx \wedge Py))$
(2) $\exists x(Px \wedge \forall y(Hyx \rightarrow (Dy \wedge Ay)))$
(3) $\neg \forall x(Dx \rightarrow Ax)$
(4) $\forall x(\forall y(Cy \rightarrow Hxy) \rightarrow Qx)$
(5) $\neg \exists x(Dx \wedge Qx)$
(6) $\forall x((Dx \wedge Qx) \rightarrow \neg Ax)$
(7) $\neg \exists x(Px \wedge \forall y(Cy \rightarrow Txy))$

5) *Dominio:* Personas
q: Quijote, s: Sancho, r: Rinconete, c: Cortadillo
Cx:x es un caballero
Lx: x es un ladrón
Jx: x es joven
Px: x es pícaro
Axy: x es amigo de y
Exy: x es escudero de y

(1) $\forall x(Cx \rightarrow \exists y Ayx)$
(2) $\forall x(Cx \rightarrow \neg \exists y Ayx)$
(3) $\neg Lq$
(4) $\exists x Exq$
(5) $\exists x Esx$
(6) $\neg \exists x Esx$
(7) $\exists x \neg Esx$

(8) $\exists x(\exists yExy \wedge Jx)$

(9) $\exists x(\exists yExy \wedge \exists yAyx)$

(10) $\exists x(\exists yExy \wedge \neg Jx)$

(11) $\exists x(\exists yExy \wedge \neg\exists yAyx)$

(12) $\neg\forall x(\exists yExy \rightarrow Jx)$

(13) $\neg\forall x(Cx \rightarrow Jx)$

(14) $\neg\exists x(Cx \wedge Jx)$

(15) $\forall x(Cx \rightarrow Jx)$

(16) $\forall x(Cx \rightarrow \neg Jx)$

(17) $\neg\forall x(Cx \rightarrow \neg Jx)$

(18) $\neg\exists x(Cx \wedge Jx)$

(19) $\exists x(Esx \wedge Cx)$

(20) $\exists x(Esx \wedge Cx) \rightarrow \exists x(Asx \wedge Cx)$

(21) $\exists x((Esx \wedge Cx) \rightarrow Asx)$

(22) $\forall x(Axr \rightarrow \exists yAxy)$

(23) $\forall x(\exists y(Exy \wedge Cy) \rightarrow \exists y(Axy \wedge Cy))$

(24) $\forall x(\exists y(Exy \wedge Cy) \rightarrow \neg\exists y(Axy \wedge Cy))$

(25) $\forall x\forall y((Exy \wedge Cy) \rightarrow Axy)$

(26) $\neg\exists x(Px \wedge \neg Lx)$

(27) $\neg\exists x(\exists yExy \wedge \neg Px)$

(28) $\forall x(Cx \rightarrow \exists y(Eyx \wedge Ayx)$

(29) $\forall x((Cx \wedge Jx) \rightarrow \exists y(Eyx \wedge Ayx)$

(30) $\forall x((Jx \wedge Px) \rightarrow \exists y(Ayx \wedge Ly))$

(31) $\neg\exists x(Axq \wedge Lx)$

(32) $\neg\exists x(Cx \wedge \exists y(Eyx \wedge \neg\exists z(Azy \wedge Pz)))$

(33) $\forall x\forall y((Cx \wedge Eyx \wedge \neg Axy) \rightarrow Ly)$

(34) $\forall x(\exists y(Ly \wedge Axy) \rightarrow Lx)$

(35) $\neg Ars \wedge (Erq \wedge Esq)$

(36) $\neg\forall x((Jx \wedge Px) \rightarrow \exists y(Axy \wedge Cy))$

(37) $\neg\exists x(Jx \wedge Px \wedge \exists y(Axy \wedge Cy))$

(38) $(Arq \wedge Acq) \wedge \neg Arc$

(39) $\neg\exists x(Lx \wedge Exq) \wedge \exists x(Esx \wedge Cx \wedge \neg Jx)$

(40) $\neg Ls \wedge \exists x(Asx \wedge Lx)$

(41) $\neg\forall x(\exists y(Exy \wedge Cy) \rightarrow Jx)$

(42) $\forall x(Lx \rightarrow \neg\exists yAxy)$

(43) $\forall x(Cx \rightarrow \exists yEyx)$

(44) $\forall x(\neg\exists yEyx \rightarrow \neg Cx)$

(45) $\forall x(Cx \rightarrow (\neg\exists y(Eyx \wedge Ayx) \rightarrow \neg\exists zAzx))$

(46) $\forall x\forall y((Axy \wedge Cx) \rightarrow Eyx)$

6. 1) $\mathcal{M}_1 = \langle D_1, I_1\rangle$, $D_1 = \{x/x \text{ es un ser vivo}\}$, $I_1(t) = \text{Toby}$, $I_1(p) = \text{Pedro}$
$I_1(P) = \{x/x \text{ es un perro}\}$
$I_1(H) = \{x/x \text{ es un ser humano}\}$
$I_1(M) = \{\langle x, y\rangle/x \text{ e } y \text{ son mejores amigos}\}$
$I_1(A) = \{\langle x, y\rangle/x \text{ es la mascota de } y\}$

$$\begin{array}{c}\forall x\forall y(Px \wedge Hy \wedge Axy \rightarrow Mxy)\\ Apt\\ \hline Mpt\end{array}$$

2) $\mathcal{M}_2 = \langle D_2, I_2\rangle$, $D_2 = \{x/x \text{ es una persona}\}$, $I_2(j) = \text{Juan}$, $I_2(f) = \text{Felipe}$
$I_2(L) = \{x/x \text{ es un ladrón}\}$
$I_2(P) = \{\langle x, y\rangle/x \text{ perdona a } y\}$
$I_2(R) = \{\langle x, y\rangle/x \text{ roba a } y\}$

$$\begin{array}{c}\forall x(\exists y(Rxy \wedge Ly) \rightarrow \forall yPyx) \wedge Rjf \wedge Lf\\ \hline \forall xPxj\end{array}$$

3) $\mathcal{M}_3 = \langle D_3, I_3\rangle$, $D_3 = \{x/x \text{ es una persona}\}$
$I_3(D) = \{x/x \text{ es un dictador}\}$
$I_3(M) = \{\langle x, y\rangle/x \text{ mató a } y\}$
$I_3(O) = \{x/x \text{ es opositor}\}$
$I_3(V) = \{x/x \text{ queda vivo}\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x(Dx \to \exists y Mxy) \land \exists x(Dx \land Mxx)\\ \exists x(Dx \land \forall y(Oy \to Mxy)) \to \neg\exists y(Oy \land Vy)\end{array}}{\exists x(Ox \land Vx) \leftrightarrow \neg\exists x(Dx \land \forall y(Oy \to Mxy)}$$

4) $\mathcal{M}_4 = \langle D_4, I_4\rangle$, $D_4 = \{x/x$ es una persona o una cosa$\}$
$I_4(M) = \{x/x$ es un mafioso$\}$
$I_4(H) = \{\langle x, y\rangle/x$ es hijo de $y\}$
$I_4(E) = \{\langle x, y\rangle/x$ esconde $y\}$
$I_4(F) = \{\langle x, y\rangle/x$ encuentra $y\}$
$I_4(P) = \{x/x$ es persona$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\neg\exists x(Mx \land \forall y(Hyx \to Exy)\\ \exists x(Px \land \forall y(My \to Fxy)) \to \neg\exists x(Mx \land Exx)\end{array}}{\forall x(Mx \to \exists y Exy) \land \exists x\neg\exists y(My \land Eyx)}$$

5) $\mathcal{M}_5 = \langle D_5, I_5\rangle$, $D_5 = \{x/x$ es un animal$\}$
$I_5(R) = \{x/x$ es un rinoceronte$\}$
$I_5(C) = \{x/x$ tiene un cuerno$\}$
$I_5(P) = \{x/x$ es plantígrado$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x(Rx \to Cx)\\ \forall x(Px \to Rx)\end{array}}{\forall x(Px \to Cx)}$$

6) $\mathcal{M}_6 = \langle D_6, I_6\rangle$, $D_6 = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_6(F) = \{x/x$ es un fotógrafo$\}$
$I_6(P) = \{x/x$ es un pintor$\}$
$I_6(E) = \{x/x$ es escultor$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\neg\exists x(Fx \land Px)\\ \forall x(\neg Fx \to Ex)\end{array}}{\forall x(Px \to Ex)}$$

7) $\mathcal{M}_7 = \langle D_7, I_7\rangle$, $D_7 = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_7(A) = \{x/x$ ama apasionadamente$\}$
$I_7(D) = \{x/x$ es desgraciado$\}$
$I_7(O) = \{x/x$ oculta su desgracia$\}$
$I_7(M) = \{x/x$ muere de forma prematura$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x(Ax \to Dx)\\ \forall x(Ox \to Mx)\end{array}}{\forall x(Dx \to Ox) \to \forall x(Ax \to Mx)}$$

8) $\mathcal{M}_8 = \langle D_8, I_8\rangle$, $D_8 = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_8(F) = \{x/x$ es feo$\}$
$I_8(D) = \{x/x$ despierta pasiones$\}$
$I_8(A) = \{x/x$ es atleta$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\neg\exists x(Fx \land Dx)\\ \forall x(Ax \to Dx)\end{array}}{\neg\exists x(Ax \land Fx)}$$

9) $\mathcal{M}_9 = \langle D_9, I_9\rangle$, $D_9 = \{x/x$ es un animal$\}$
$I_9(C) = \{x/x$ es un caballo$\}$

$I_9(S) = \{x/x \text{ sabe silbar}\}$
$I_9(P) = \{x/x \text{ es un cerdo}\}$
$I_9(M) = \{x/x \text{ tiene alas}\}$

$$\begin{array}{c} \neg\exists x(Cx \wedge Sx) \\ \neg\exists x(Px \wedge Ax) \\ \forall x(\neg Sx \rightarrow Ax) \\ \hline \neg\exists x(Cx \wedge Px) \end{array}$$

10) $\mathcal{M}_{10} = \langle D_{10}, I_{10} \rangle$, $D_{10} = \{x/x \text{ es un animal}\}$
$I_{10}(M) = \{x/x \text{ es una mula}\}$
$I_{10}(H) = \{x/x \text{ es un híbrido}\}$
$I_{10}(F) = \{x/x \text{ es fértil}\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Mx \rightarrow Hx) \\ \neg\exists x(Hx \wedge Fx) \\ \hline \neg\exists x(Mx \wedge Fx) \end{array}$$

11) $\mathcal{M}_{11} = \langle D_{11}, I_{11} \rangle$, $D_{11} = \{x/x \text{ es un ser vivo}\}$, $I_{11}(g) = \text{Guillermo}$
$I_{11}(N) = \{x/x \text{ es un niño}\}$
$I_{11}(T) = \{x/x \text{ es travieso}\}$
$I_{11}(A) = \{x/x \text{ es adorable}\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Nx \rightarrow Tx) \\ \hline Ng \rightarrow (\forall x(Tx \rightarrow Ax) \rightarrow Ag) \end{array}$$

12) $\mathcal{M}_{12} = \langle D_{12}, I_{12} \rangle$, $D_{12} = \{x/x \text{ es una persona}\}$
$I_{12}(A) = \{x/x \text{ es un alcohólico}\}$
$I_{12}(B) = \{x/x \text{ es un borracho}\}$
$I_{12}(D) = \{x/x \text{ sufre } \textit{delirium tremens}\}$
$I_{12}(S) = \{x/x \text{ sufre alucinaciones}\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Ax \rightarrow Bx) \\ \forall x(Dx \rightarrow Sx) \\ \hline \forall x(Bx \rightarrow Dx) \rightarrow \forall x(Ax \rightarrow Sx) \end{array}$$

13) $\mathcal{M}_{13} = \langle D_{13}, I_{13} \rangle$, $D_{13} = \{x/x \text{ es una persona}\}$
$I_{13}(E) = \{x/x \text{ es un ejecutivo}\}$
$I_{13}(P) = \{x/x \text{ es un poeta}\}$
$I_{13}(I) = \{x/x \text{ es una persona imaginativa}\}$
$I_{13}(A) = \{x/x \text{ es amante del riesgo}\}$
$I_{13}(G) = \{x/x \text{ gusta de la poesía}\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Ex \wedge Px \rightarrow Ix) \\ \forall x(Ix \rightarrow Ax) \\ \exists x(Ax \wedge \neg Gx) \rightarrow \neg\exists x(Px \wedge Ax) \\ \hline \exists x(Ix \wedge \neg Gx) \rightarrow \neg\exists x(Ex \wedge Px) \end{array}$$

14) $\mathcal{M}_{14} = \langle D_{14}, I_{14} \rangle$, $D_{14} = \{x/x \text{ es un animal}\}$
$I_{14}(C) = \{x/x \text{ es un cuadrúpedo}\}$
$I_{14}(R) = \{x/x \text{ reina en Europa}\}$
$I_{14}(M) = \{x/x \text{ mamífero}\}$

$$\begin{array}{c} \neg\exists x(Cx \wedge Rx) \\ \exists x(Mx \wedge Cx) \\ \hline \exists x(Mx \wedge \neg Rx) \end{array}$$

15) $\mathcal{M}_{15} = \langle D_{15}, I_{15}\rangle$, $D_{15} = \{x/x$ es una cosa$\}$
$I_{15}(R) = \{x/x$ es radiactivo$\}$
$I_{15}(C) = \{x/x$ tiene vida corta$\}$
$I_{15}(M) = \{x/x$ tiene valor medicinal$\}$
$I_{15}(I) = \{x/x$ es un isótopo$\}$
$I_{15}(U) = \{x/x$ es uranio$\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Sx \wedge Rx \rightarrow Cx \vee Mx) \\ \neg\exists x(Ix \wedge Ux \wedge Rx \wedge Cx) \\ \hline \forall x(Ix \wedge Ux \rightarrow Rx) \rightarrow \forall x(Ix \wedge Ux \rightarrow Mx) \end{array}$$

16) $\mathcal{M}_{16} = \langle D_{16}, I_{16}\rangle$, $D_{16} = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_{16}(G) = \{x/x$ es un genio$\}$
$I_{16}(C) = \{x/x$ es un gran compositor$\}$
$I_{16}(T) = \{x/x$ es temperamental$\}$

$$\begin{array}{c} \exists xGx \rightarrow \forall x(Cx \rightarrow Gx) \\ \exists xTx \rightarrow \forall x(Gx \rightarrow Tx) \\ \hline \exists x(Gx \wedge Tx) \rightarrow \forall x(Cx \rightarrow Tx) \end{array}$$

17) $\mathcal{M}_{17} = \langle D_{17}, I_{17}\rangle$, $D_{17} = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_{17}(S) = \{x/x$ es segura$\}$
$I_{17}(P) = \{x/x$ es psicóloga$\}$
$I_{17}(E) = \{x/x$ es estudiosa de la conducta$\}$

$$\begin{array}{c} \neg\exists x(\neg Sx \wedge Px) \\ \forall x(Ex \rightarrow Px) \\ \hline \neg\exists x(Ex \wedge \neg Sx) \end{array}$$

18) $\mathcal{M}_{18} = \langle D_{18}, I_{18}\rangle$, $D_{18} = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_{18}(P) = \{x/x$ es una parapsicóloga$\}$
$I_{18}(C) = \{x/x$ es conductista$\}$
$I_{18}(S) = \{x/x$ es una psicóloga$\}$
$I_{18}(E) = \{x/x$ es competente en cuestiones extrasensoriales$\}$

$$\begin{array}{c} \forall x(Px \rightarrow \neg Cx) \\ \neg\exists x(Sx \wedge Ex) \\ \forall x(\neg Cx \rightarrow Ex) \\ \\ \hline \forall x(Px \rightarrow \neg Sx) \end{array}$$

19) $\mathcal{M}_{19} = \langle D_{19}, I_{19}\rangle$, $D_{19} = \{x/x$ es una persona o una cosa$\}$
$I_{19}(P) = \{x/x$ es una persona$\}$
$I_{19}(C) = \{x/x$ es una cosa$\}$
$I_{19}(E) = \{x/x$ se extravía$\}$
$I_{19}(V) = \{\langle x, y\rangle/x$ valora la propiedad de $y\}$
$I_{19}(B) = \{x/x$ es buscado$\}$

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x(Cx \wedge Ex \to (\forall y(Py \to Vyx) \to Bx)) \\ \forall x(Cx \to (\exists y(Py \wedge Vyx) \to \forall y(Py \to Vyx)))\end{array}}{\exists x(Cx \wedge Ex \to (\exists y(Py \wedge Vyx) \to \exists y By))}$$

7. Básicamente porque en la primera premisa *rojo* es un objeto al cual se le aplica una propiedad, *color*, con lo cual se formalizaría mediante una letra de individuo, mientras que en la segunda premisa *rojo* funciona como un predicado.

8. 1) Hay alguien a quien todos odian.
   2) Todos son odiados por alguien.
   3) Alguien odia a los mismos que Juan.
   4) Alguien odia a todos pero nadie lo odia.
   5) Si Juan odia a alguien, no es cierto que nadie sea odiado por Juan.

9. 1) Marcela es la abuela de Pablo.
   2) Marcela es la suegra de Pablo.
   3) Marcela es la tía política de Pablo.
   4) Marcela y Pablo son primos.

2.3

1. 1) (1) Verdadero: todos flechan a Aristóteles.
      (2) Verdadero: Aristóteles flecha a Aristóteles.
      (3) Verdadero: Aristóteles no flecha a Platón.
      (4) Verdadero: Aristóteles es flechado por todos.
      (5) Verdadero: Platón flecha a Aristóteles, pero Aristóteles no flecha a Platón.
      (6) Verdadero: Nadie flecha a Sócrates.
      (7) Falso: Platón no se flecha a sí mismo.

   2) (1) Falso: 2 flecha a 3 pero $2 \notin I_2(P)$.
      (2) Verdadero: Ra_1a_2 es verdadera.
      (3) Verdadero: 1 no se flecha a sí mismo.
      (4) Falso: 3 se flecha a sí mismo.
      (5) Verdadero: 3 es flechado por todos.
      (6) Verdadero: La relación es transitiva.
      (7) Verdadero: $3 \notin I_2(P)$ y se flecha.
      (8) Verdadero: Pa_1 es verdadera.

   3) (1) Falso: Russell no se flecha a sí mismo.
      (2) Falso: Husserl no flecha a Wittgenstein.
      (3) Verdadero: Russell y Wittgenstein flechan a Wittgenstein.
      (4) Falso: Frege no está ni en $I_3(P)$ ni en $I_3(Q)$.
      (5) Verdadero: Wittgenstein $\in I_3(P)$ y se flecha a sí mismo.
      (6) Verdadero: Frege flecha a Wittgenstein y no está en $I_3(Q)$.
      (7) Verdadero: Tanto Russell como Wittgenstein flechan a alguien.
      (8) Verdadero: Husserl no flecha a nadie.

2. 1) (1)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x(Px \to \exists yRyx)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Pa \to \exists yRya) = V_{\mathcal{M}_1}(Pb \to \exists yRyb) = V_{\mathcal{M}_1}(Pc \to \exists yRyc) = 1 \text{ pq } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists yRya) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(Pb) = V_{\mathcal{M}_1}(Pc) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists},\ def_{Vatomic})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rca) = 1 \text{ y } P_2 = I_1(b) \notin I_1(P) \text{ y } P_3 = I_1(c) \notin I_1(P) \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle P_3, P_1\rangle = \langle I_1(c), I_1(a)\rangle \in I_1(R)$$

(2)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x(\neg Px \to \exists yRxy)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\neg Pb \to \exists yRby) = 0 \text{ pq } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\neg Pb) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(\exists yRby) = 0 \text{ pq } (def_{V\neg},\ def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Pb) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(Rba) = V_{\mathcal{M}_1}(Rbb) = V_{\mathcal{M}_1}(Rbc) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_1(b) \notin I_1(P) \text{ y } \langle I_1(b), I_1(d)\rangle \notin I_1(R) \text{ para toda letra de individuo } d$$

(3)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists x\forall yRxy) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall yRcy) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rcd) = 1 \text{ para toda letra de individuo } d \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_1(c), I_1(d)\rangle \in I_1(R) \text{ para toda letra de individuo } d$$

(4)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists x(\neg Px \land \forall yRxy)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\neg Pc \land \forall yRcy) = 1 \text{ pq } (def_{V\land})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\neg Pc) = V_{\mathcal{M}_1}(\forall yRcy)) = 1 \text{ pq } (def_{V\neg},\ def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Pc) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(Rcd) = 1 \text{ para toda letra de individuo } d \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_1(c) \notin I_1(P) \text{ y } \langle I_1(c), I_1(d)\rangle \in I_1(R) \text{ para toda letra de individuo } d$$

(5)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists x\exists y\exists z(Rxz \land Rxy \land Px \land Ryy)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists y\exists z(Raz \land Ray \land Pa \land Ryy)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists z(Raz \land Rac \land Pa \land Rcc)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rac \land Rac \land Pa \land Rcc) = 1 \text{ pq } (def_{V\land})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rac) = V_{\mathcal{M}_1}(Pa) = V_{\mathcal{M}_1}(Rcc) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_1(a), I_1(c)\rangle \in I_1(R) \text{ y } I_1(a) \in I_1(P) \text{ y } \langle I_1(c), I_1(c)\rangle \in I_1(R)$$

(6)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x(Px \lor Rax)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Pa \lor Raa) = V_{\mathcal{M}_1}(Pb \lor Rab) = V_{\mathcal{M}_1}(Pc \lor Rac) = 1 \text{ pq } (def_{V\lor})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Pa) = V_{\mathcal{M}_1}(Rab) = V_{\mathcal{M}_1}(Rac) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_1(a) \in I_1(P) \text{ y } \langle I_1(a), I_1(b)\rangle \in I_1(R) \text{ y } \langle I_1(a), I_1(c)\rangle \in I_1(R)$$

(7)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x(Rxx \vee Px)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rbb \vee Pb) = 0 \text{ pq } (def_{V\vee})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rbb) = V_{\mathcal{M}_1}(Pb) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_1(b), I_1(b)\rangle \notin I_1(R) \text{ y } I_1(b) \notin I_1(P)$$

(8)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists x\exists y(Rxy \wedge Ryx \wedge \neg Px \wedge \neg Py)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists y(Rcy \wedge Ryc \wedge \neg Pc \wedge \neg Py)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rcc \wedge Rcc \wedge \neg Pc \wedge \neg Pc)) = 1 \text{ pq } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rcc) = V_{\mathcal{M}_1}(\neg Pc) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic},\ def_{V\neg})$$
$$\langle I_1(c), I_1(c)\rangle \in I_1(R) \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(Pc) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_1(c) \notin I_1(P)$$

(9)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x\forall yRxy) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall yRxa) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Raa) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_1(a), I_1(a)\rangle \notin I_1(R)$$

(10)

$$V_{\mathcal{M}_1}(\forall x(\exists yRxy \leftrightarrow \exists yRyx)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists yRby \leftrightarrow \exists yRyb) = 0 \text{ pq } (def_{V\leftrightarrow})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(\exists yRby) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(\exists yRyb) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_1}(Rbd) = 0 \text{ para toda letra de individuo } d \text{ y } V_{\mathcal{M}_1}(Rab) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_1(b), I_1(d)\rangle \notin I_1(R) \text{ para toda letra de individuo } d \text{ y } \langle I_1(a), I_1(b)\rangle \in I_1(R)$$

2) (1)

$$V_{\mathcal{M}_2}(\exists x\exists y(Px \wedge Py)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_2}(\exists y(Pa_1 \wedge Py)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_2}(Pa_1 \wedge Pa_1) = 1 \text{ pq } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_2}(Pa_1) = V_{\mathcal{M}_2}(Pa_1) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_2(a_1) \in I_2(P)$$

3) (1)

$$V_{\mathcal{M}_3}(\exists x(Px \wedge \forall y(\neg Py \to Ryx)) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Pe \wedge \forall y(\neg Py \to Rye) = 0 \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Pe) = 0 \text{ ó } V_{\mathcal{M}_3}(\forall y(\neg Py \to Rye)) = 0 \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq:}$$
$$\text{Si } V_{\mathcal{M}_3}(Pe) = V_{\mathcal{M}_3}(\forall y(\neg Py \to Rye)) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } e \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$I_3(e) \in I_3(P) \text{ ent}$$
$$e \text{ es } a \text{ ó } c \text{ ent}$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(\forall y(\neg Py \to Rya)) = 1 \text{ ó } V_{\mathcal{M}_3}(\forall y(\neg Py \to Ryc)) = 1 \text{ ent } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(\neg Pd \to Rda) = 1 \text{ ó } V_{\mathcal{M}_3}(\neg Pd \to Rdc) = 1 \text{ ent } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Rda) = 1 \text{ ó } V_{\mathcal{M}_3}(Rdc) = 1 \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_3(d), I_3(a)\rangle \in I_3(R) \text{ ó } \langle I_3(d), I_3(c)\rangle \in I_3(R), \text{ lo cual no sucede}$$

(2)

$$V_{\mathcal{M}_3}(\forall x(Qx \to Pa \wedge \neg Pa)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Qe \to Pa \wedge \neg Pa)) = 1 \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Qe) = 0 \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_3(e) \notin I_3(Q) \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq}$$
$$\text{ningún miembro de } D_3 \text{ es un elefante azul}$$

(3)

$$V_{\mathcal{M}_3}(\neg\forall x\exists y Ryx) = 1 \text{ pq } (def_{V\neg})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(\forall x\exists y Ryx) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(\exists y Rya) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_3}(Rea) = 0 \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_3(e), I_3(a)\rangle \notin I_3(R) \text{ para toda letra de individuo } e \text{ pq}$$
$$\text{ningún miembro de } D_3 \text{ es menor que } 3$$

4) (1)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x R a_1 x) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(R a_1 c) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_4(a_1), I_4(c)\rangle \in I_4(R) \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq}$$
$$1 \text{ es divisor de todos los miembros de } D_4$$

(2)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\exists x R x a_0) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(R a_1 a_0) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_4(a_1), I_4(a_0)\rangle \in I_4(R) \text{ pq}$$
$$1 \text{ es divisor de } 0$$

(3)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x\exists yRyx) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\exists yRyc) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Ra_1c) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_4(a_1), I_4(c)\rangle \in I_4(R) \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq}$$
$$1 \text{ es divisor de todos los miembros de } D_4$$

(4)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x(Px \to Rxx)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc \to Rcc) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq:}$$
$$\text{Si } V_{\mathcal{M}_4}(Pc \to Rcc) = 0 \text{ para alguna letra de individuo } c \text{ ent } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Rcc) = 0 \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$I_4(c) \in I_4(P) \text{ y } \langle I_4(c), I_4(c)\rangle \notin I_4(R) \text{ ent}$$
$$I_4(c) \neq 0 \text{ pero no es divisible por sí mismo, lo cual es imposible}$$

(5)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x(\neg Px \to Ra_2x)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\neg Pc \to Ra_2c) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq:}$$
$$\text{Si } V_{\mathcal{M}_4}(\neg Pc \to Ra_2c) = 0 \text{ para alguna letra de individuo } c \text{ ent } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\neg Pc) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Ra_2c) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Ra_2c) = 0 \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$I_4(c) \notin I_4(P) \text{ y } \langle I_4(a_2), I_4(c)\rangle \notin I_4(R) \text{ ent}$$
$$I_4(c) \text{ es par pero no es divisible por 2, lo cual es imposible}$$

(6)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x\neg Ra_0x) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\neg Ra_0c) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{V\neg})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Ra_0c) = 0 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_4(a_0), I_4(c)\rangle \notin I_4(R) \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq}$$
$$\text{ningún miembro de } D_4 \text{ es divisible por } 0$$

(7)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x(Px \to \neg Ra_2x)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc \to \neg Ra_2c) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq:}$$
$$\text{Si } V_{\mathcal{M}_4}(Pc \to \neg Ra_2c) = 0 \text{ para alguna letra de individuo } c \text{ ent } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(\neg Ra_2c) = 0 \text{ ent } (def_{V\neg})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Pc) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Ra_2c) = 1 \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$I_4(c) \in I_4(P) \text{ y } \langle I_4(a_2), I_4(c)\rangle \in I_4(R) \text{ ent}$$
$$I_4(c) \text{ es impar pero divisible por 2, lo cual es imposible}$$

(8)

$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall x\forall y\forall z(Rxy \wedge Ryz \to Rxz)) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall y\forall z(Rc_1y \wedge Ryz \to Rc_1z)) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c_1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(\forall z(Rc_1c_2 \wedge Rc_2z \to Rc_1z)) = 1 \text{ para cualesquiera letras de individuo } c_1, c_2 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_2 \wedge Rc_2c_3 \to Rc_1c_3) = 1 \text{ para cualesquiera letras de individuo } c_1, c_2, c_3 \text{ pq:}$$
$$\text{Si } V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_2 \wedge Rc_2c_3 \to Rc_1c_3) = 0 \text{ para algunas letras de individuo } c_1, c_2, c_3 \text{ ent } (def_{V\to})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_2 \wedge Rc_2c_3) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_3) = 0 \text{ ent } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_2) = V_{\mathcal{M}_4}(Rc_2c_3) = 1 \text{ y } V_{\mathcal{M}_4}(Rc_1c_3) = 0 \text{ ent } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_4(c_1), I_4(c_2)\rangle \in I_4(R) \text{ y } \langle I_4(c_2), I_4(c_3)\rangle \in I_4(R) \text{ y } \langle I_4(c_1), I_4(c_3)\rangle \notin I_4(R) \text{ ent}$$
$$\text{pero la divisibilidad es transitiva}$$

5) (1)

$$V_{\mathcal{M}_5}(\exists x(Px \wedge Rxa_7)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Pa_{11} \wedge Ra_{11}a_7) = 1 \text{ pq } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Pa_{11}) = V_{\mathcal{M}_5}(Ra_{11}a_7) = 1 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_5(a_{11}) \in I_5(P) \text{ y } \langle I_5(a_{11}), I_5(a_7)\rangle \in I_5(R) \text{ pq}$$
$$\text{11 es primo y mayor que 7}$$

(2)

$$V_{\mathcal{M}_5}(\forall x\exists y Ryx) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(\exists y Rya_i) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Ra_{i+1}a_i) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_5(a_{i+1}), I_5(a_i)\rangle \in I_5(R) \text{ pq}$$
$$i+1 \text{ es mayor que } i$$

(3)

$$V_{\mathcal{M}_5}(\exists x\forall y Rxy) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(\forall y Ra_iy) = 0 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Ra_ia_{i+1}) = 0 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$\langle I_5(a_i), I_5(a_{i+1})\rangle \notin I_5(R) \text{ pq}$$
$$i \text{ no es mayor que } i+1$$

(4)

$$V_{\mathcal{M}_5}(\forall x\exists y(Ryx \wedge Py \wedge Pa_4)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(\exists y(Rya_0 \wedge Py \wedge Pa_4)) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Rca_0 \wedge Pc \wedge Pa_4) = 0 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M}_5}(Pa_4) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$I_5(a_4) \notin I_5(P) \text{ pq}$$
$$\text{4 no es primo}$$

6) (1)

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}_6}(\forall x \exists y Ryx) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\exists y Rya_i) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{V\exists})\\
V_{\mathcal{M}_6}(Ra_{i-1}a_i) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{Vatomic})\\
\langle I_6(a_{i-1}), I_6(a_i)\rangle \in I_6(R) \text{ pq}\\
i-1 \text{ es menor que } i
\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}_6}(\forall x \forall y \exists z(Rxz \land Rzy)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\forall y \exists z(Ra_0z \land Rzy)) = 0 \text{ pq } (def_{V\forall})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\exists z(Ra_0z \land Rza_0)) = 0 \text{ pq } (def_{V\exists})\\
V_{\mathcal{M}_6}(Ra_0c \land Rca_0) = 0 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{V\land})\\
V_{\mathcal{M}_6}(Ra_0c) = 0 \text{ ó } V_{\mathcal{M}_6}(Rca_0) = 0 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq:}\\
\text{Si } V_{\mathcal{M}_6}(Ra_0c) = V_{\mathcal{M}_6}(Rca_0) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } c \text{ ent } (def_{Vatomic})\\
\langle I_6(a_0), I_6(c)\rangle \in I_6(R) \text{ y } \langle I_6(c), I_6(a_0)\rangle \in I_6(R) \text{ ent}\\
0 \text{ es menor y mayor que } I_6(c)\text{, lo cual es imposible}
\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}_6}(\exists x(\neg Qx \land \neg Px)) = 1 \text{ pq } (def_{V\exists})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\neg Qa_0 \land \neg Pa_0) = 1 \text{ pq } (def_{V\land})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\neg Qa_0) = V_{\mathcal{M}_6}(\neg Pa_0) = 1 \text{ pq } (def_{V\neg})\\
V_{\mathcal{M}_6}(Qa_0) = V_{\mathcal{M}_6}(Pa_0) = 0 \text{ pq } (def_{Vatomic})\\
I_6(a_0) \notin I_6(Q) \text{ y } I_6(a_0) \notin I_6(P) \text{ pq}\\
0 \text{ no es impar ni positivo}
\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}_6}(\forall x \forall y \exists z Sxyz) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\forall y \exists z Sa_iyz) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a_i \text{ pq } (def_{V\forall})\\
V_{\mathcal{M}_6}(\exists z Sa_ia_jz) = 1 \text{ para cualesquiera letras de individuo } a_i, a_j \text{ pq } (def_{V\exists})\\
V_{\mathcal{M}_6}(Sa_ia_ja_{i+j}) = 1 \text{ para cualesquiera letras de individuo } a_i, a_j \text{ pq } (def_{Vatomic})\\
\langle I_6(a_i), I_6(a_j), I_6(a_{i+j})\rangle \in I_6(S) \text{ pq}\\
I_6(a_i) + I_6(a_j) = i + j = I_6(a_{i+j})
\end{aligned}$$

3. 1) $\mathcal{M}_1 = \langle D_1, I_1\rangle, D_1 = \{1\}$
$I_1(a) = 1, I_1(P) = \{1\}, I_1(Q) = \varnothing$

$\mathcal{M}_1' = \langle D_1', I_1'\rangle, D_1' = \{1\}$
$I_1'(a) = 1, I_1'(P) = I_1'(Q) = \varnothing$

2) $\mathcal{M}_2 = \langle D_2, I_2\rangle, D_2 = \{1,2\}$
$I_2(a) = 1, I_2(b) = 2, I_2(P) = \{1,2\}$

$\mathcal{M}_2' = \langle D_2', I_2'\rangle, D_2' = \{1,2\}$
$I_2'(a) = 1, I_2'(b) = 2, I_2'(P) = \varnothing$

3) $\mathcal{M}_3 = \langle D_3, I_3\rangle, D_3 = \{1,2\}$
$I_3(P) = \varnothing$

$\mathcal{M}_3' = \langle D_3', I_3' \rangle, D_3' = \{1,2\}$
$I_3'(P) = \{1\}$

4) Es una verdad lógica, porque el antecedente es siempre falso. Luego, todo modelo la hace verdadera. Tomemos, por ejemplo, $\mathcal{M}_3$. No hay modelos en los cuales sea falsa.

5) $\mathcal{M}_5 = \langle D_5, I_5 \rangle, D_5 = \{1\}$
$I_5(P) = \varnothing$
$\mathcal{M}_5' = \langle D_5', I_5' \rangle, D_5' = \{1\}$
$I_5'(P) = \{1\}$

6) $\mathcal{M}_6 = \langle D_6, I_6 \rangle, D_6 = \{1\}$
$I_6(a) = 1, I_6(R) = \{\langle 1,1 \rangle\}$
$\mathcal{M}_6' = \langle D_6', I_6' \rangle, D_6' = \{1\}$
$I_6'(a) = 1, I_6'(R) = \varnothing$

7) $\mathcal{M}_7 = \langle D_7, I_7 \rangle, D_7 = \{1,2\}$
$I_7(R) = \{\langle 1,1 \rangle\}$
$\mathcal{M}_7' = \langle D_7', I_7' \rangle, D_7' = \{1,2\}$
$I_7'(R) = \{\langle 1,2 \rangle\}$

8) Es una verdad lógica, porque el dominio de un modelo no puede ser vacío. Todo modelo la hace verdadera. Tomemos, por ejemplo, $\mathcal{M}_5$. No hay modelos en los cuales sea falsa.

9) $\mathcal{M}_9 = \langle D_9, I_9 \rangle, D_9 = \{1,2\}$
$I_9(P) = \{1\}, I_9(Q) = \{2\}, I_9(M) = \{1,2\}$
$\mathcal{M}_9' = \langle D_9', I_9' \rangle, D_9' = \{1,2\}$
$I_9'(P) = \{1\}, I_9'(Q) = \{2\}, I_9'(M) = \{1\}$

10) Es una falsedad lógica, porque si hay algo que es P no puede pasar que todo no lo sea. Ningún modelo la hace verdadera, mientras que es falsa en todos ellos. Tomemos, por ejemplo, $\mathcal{M}_5$.

11) Es una verdad lógica, porque si hay algo que "flecha" a todos, entonces todos tienen al menos algo que los flecha. Todo modelo la hace verdadera. Tomemos, por ejemplo, $\mathcal{M}_7$. No hay modelos en los cuales sea falsa.

12) $\mathcal{M}_{12} = \langle D_{12}, I_{12} \rangle, D_{12} = \{1,2\}$
$I_{12}(R) = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle\}$
$\mathcal{M}_{12}' = \langle D_{12}', I_{12}' \rangle, D_{12}' = \{1,2\}$
$I_{12}'(R) = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle\}$

4. 1) Satisfacible:
$\mathcal{M}_1 = \langle D_1, I_1 \rangle, D_1 = \mathbb{Q}$[44]
$I_1(R) = \{\langle x,y \rangle \in \mathbb{Q}^2 / x < y\}$
$\mathcal{M}_1' = \langle D_1', I_1' \rangle, D_1' = \{1\}$
$I_1'(R) = \{\langle 1,1 \rangle\}$

2) Insatisfacible:
Si (1) es verdadera, *Rab* es verdadera y *Rba* falsa. Pero de acuerdo con (3), *Rba* tiene que ser verdadera. Ningún modelo las hace verdaderas; todo modelo hace falsa a al menos una de ellas.

3) Satisfacible:
$\mathcal{M}_3 = \langle D_3, I_3 \rangle, D_3 = \{1,2\}$
$I_3(a) = 1, I_3(P) = \{1\}, I_3(R) = \{\langle 1,2 \rangle\}$
$\mathcal{M}_3' = \langle D_3', I_3' \rangle, D_3' = \{1,2\}$
$I_3'(a) = 1, I_3'(P) = \{\}, I_3'(R) = \{\langle 1,2 \rangle\}$

4) Satisfacible:
$\mathcal{M}_4 = \langle D_4, I_4 \rangle, D_4 = \{1,2,3,4\}$
$I_4(a) = 1, I_4(b) = 2, I_4(c) = 3, I_4(d) = 4$
$I_4(P) = \{1,2,3\}$,
$I_4(R) = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle\}$
$\mathcal{M}_4' = \langle D_4', I_4 \rangle, D_4' = \{1,2,3\}$
$I_4'(a) = 1, I_4'(b) = 2, I_4'(c) = 3$
$I_4'(P) = D_4', I_4'(R) = \{\}$

5. 1)

$$\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\forall x Px) = 1 \text{ ent } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}}(Pa) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\forall})$$
$$V_{\mathcal{M}}(\forall y Py) = 1$$

[44] $\mathbb{Q}$ es el conjunto de los números racionales, *i.e.* de las fracciones de números enteros. Los racionales son densos, esto es, cumplen con (1): entre dos racionales siempre hay un tercero.

2)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\exists x Px) = 1 \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pa) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\exists y Py) = 1
\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\forall x \forall y Pxy) = 1 \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall y Pay) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pab) = 1 \text{ para cualesquiera letras de individuo } a, b \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall x Pxb) = 1 \text{ para toda letra de individuo } b \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall y \forall x Pxy) = 1
\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\exists x \exists y Pxy) = 1 \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\exists y Pay) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pab) = 1 \text{ para algunas letras de individuo } a, b \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\exists x Pxb) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } b \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\exists y \exists x Pxy) = 1
\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\exists x \forall y Pxy) = 1 \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall y Pay) = 1 \text{ para alguna letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pab) = 1 \text{ para alguna } a \text{ y toda letra de individuo } b \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\exists x Pxb) = 1 \text{ para toda letra de individuo } b \text{ ent } (def_{V\exists}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall y \exists x Pxy) = 1
\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}
\text{Si } V_{\mathcal{M}}(\forall x Px \wedge \forall x Qx) = V_{\mathcal{M}}(\forall x (Px \to Rx)) = 1 \text{ ent } (def_{V\wedge}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall x Px) = V_{\mathcal{M}}(\forall x Qx) = V_{\mathcal{M}}(\forall x (Px \to Rx)) = 1 \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pa) = V_{\mathcal{M}}(Qa) = V_{\mathcal{M}}(Pa \to Ra) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\to}) \\
V_{\mathcal{M}}(Ra) = 1 \text{ para toda letra de individuo } a \text{ ent } (def_{V\forall}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall x Rx) = 1
\end{aligned}$$

6. 1) No, pq sólo podría falsearse sacando cosas de $I(P)$, no agregando.
   2) Sí, en $\mathcal{M}' = \langle D', I' \rangle$ tal que $D = D'$ y $I'(P) = \{1, 2\}$.

7. *Por sustitución:*

$$\begin{aligned}
V_{\mathcal{M}}(\forall x Px \leftrightarrow Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge Pa_4) = 1 \text{ pq } (def_{V\leftrightarrow}) \\
V_{\mathcal{M}}(\forall x Px) = V_{\mathcal{M}}(Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge Pa_4) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall},\ def_{V\wedge}) \\
V_{\mathcal{M}}(Pc) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{V atomic})
\end{aligned}$$

$I(a_1) \in I(P)$ y $I(a_2) \in I(P)$ y $I(a_3) \in I(P)$ y $I(a_4) \in I(P)$

Por asignación:

$$V_{\mathcal{M},g}(\forall xPx \leftrightarrow Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge Pa_4) = 0 \text{ pq } (def_{V\leftrightarrow})$$
$$V_{\mathcal{M},g}(\forall xPx) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M},g}(Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3 \wedge Pa_4) = 1 \text{ pq } (def_{V\forall},\ def_{V\wedge})$$
$$V_{\mathcal{M},g[x/\text{Quine}]}(Px) = 0 \text{ y } V_{\mathcal{M},g}(Pc) = 1 \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def_{Vatomic})$$
$$||x||_{\mathcal{M},g[x/\text{Quine}]} \notin I(P) \text{ y } ||c||_{\mathcal{M},g} \in I(P) \text{ para toda letra de individuo } c \text{ pq } (def\ 8, \text{Gamut [2, §3.6.3]})$$
$$||x||_{\mathcal{M},g[x/\text{Quine}]} = \text{Quine y } ||a_1||_{\mathcal{M},g} = \text{Frege}, ||a_2||_{\mathcal{M},g} = \text{Russell},$$
$$||a_3||_{\mathcal{M},g} = \text{Tarski}, ||a_4||_{\mathcal{M},g} = \text{Gödel}$$

8. 1) $Pa_1 \wedge Pa_2 \wedge Pa_3$
   2) $Pa_1 \vee Pa_2 \vee Pa_3$
   3) $(Ra_1a_1 \vee Ra_1a_2 \vee Ra_1a_3) \wedge (Ra_2a_1 \vee Ra_2a_2 \vee Ra_2a_3) \wedge (Ra_3a_1 \vee Ra_3a_2 \vee Ra_3a_3)$
   4) $(Ra_1a_1 \wedge Ra_1a_2 \wedge Ra_1a_3) \vee (Ra_2a_1 \wedge Ra_2a_2 \wedge Ra_2a_3) \vee (Ra_3a_1 \wedge Ra_3a_2 \wedge Ra_3a_3)$
9. 1) No, porque si no hay nada en el dominio, no habría ningún testigo para este existencial.
   2) No, porque si no hay nada en el dominio, el cuantificador universal sería vacuamente verdadero mientras que el existencial sería falso.
10. La fórmula sólo es verdadera en dominios infinitos, porque al no poder flecharse cada miembro a sí mismo y al estar obligado a flechar a otro, se requieren siempre nuevos elementos para flechar. El hecho de que no podamos flechar a los que ya tenemos se debe a la transitividad de R dada por el conyunto del medio de la fórmula.

    La fórmula no es verdadera en todo modelo infinito, porque la interpretación de R podría contradecir la fórmula aunque tuviéramos infinitos elementos en el dominio. Por ejemplo, en $\mathcal{M} = \langle \mathbb{N}, I \rangle$,[45] I podría asignar a R el conjunto $\{\langle x, y\rangle \in \mathbb{N}^2 / x \leq y\}$, donde el primer conyunto de la fórmula resultaría falso.

2.4

1. 1) No es una derivación legítima, porque la letra de individuo c que se utiliza para eliminar el cuantificador existencial en el paso 1 no es arbitraria, ya que aparece en la fórmula misma a eliminar. Además, que haya algo que se relacione con c no significa que todo se relacione con sí mismo. La afirmación es falsa.
   2) No es una derivación legítima, porque la letra de individuo a que se utiliza para eliminar el cuantificador existencial en 1 no es arbitraria, ya que aparece en la fórmula que resulta de la eliminación (en $\exists yPay$). Además, que haya algo que "fleche" a todos no significa que todos "flechen" a alguien. La afirmación es falsa.
   3) No es una derivación legítima, porque en el paso 3 se elimina una supuesta conjunción en 2, pero en 2 no hay ninguna conjunción sino un condicional. Además, la premisa afirma una propiedad que cumplen todos los Ps; no autoriza a inferir que todo es un P. La afirmación es falsa.
   4) Es una derivación legítima.

[45] $\mathbb{N}$ es el conjunto de los números naturales, *i.e.* $0, 1, 2, \ldots$.

5) No es una derivación legítima porque la letra de individuo a que se utiliza para eliminar el cuantificador existencial en el paso 2 no es arbitraria, ya que aparece en la fórmula que resulta de la eliminación (en Ba). Sin embargo, la afirmación es verdadera:

1. $\forall x(Ax \to Bx)$ premisa
2. $\exists xAx$ premisa
3. Aa supuesto
4. $Aa \to Ba$ E$\forall$ 1
5. Ba E$\to$ 3,4
6. $\exists xBx$ I$\exists$ 5
7. $Aa \to \exists xBx$ I$\to$ 3-6
8. $\exists xBx$ E$\exists$ 2,7

2\. 1)

1. $\forall xPx$ premisa
2. Pa premisa
3. $\forall yPy$ $I\forall$ 2

2)

1. $\exists xPx$ premisa
2. Pa supuesto
3. $\exists yPy$ $I\exists$ 2
4. $Pa \to \exists yPy$ $I \to$ 2-3
5. $\exists yPy$ $E\exists$ 1,4

3)

1. $\exists x\exists yPxy$ premisa
2. $\exists yPay$ supuesto
3. Pab supuesto
4. $\exists xPxb$ $I\exists$ 3
5. $\exists y\exists xPxy$ $I\exists$ 4
6. $Pab \to \exists y\exists xPxy$ $I \to$ 3-5
7. $\exists y\exists xPxy$ $E\exists$ 2,6
8. $\exists yPay \to \exists y\exists xPxy$ $I \to$ 2-7
9. $\exists y\exists xPxy$ $E\exists$ 1,8

4)

1. $\exists x\forall yPxy$ premisa
2. $\forall yPay$ supuesto
3. Pab $E\forall$ 2
4. $\exists xPxb$ $I\exists$ 3
5. $\forall y\exists xPxy$ $I\forall$ 4
6. $\forall yPay \to \forall y\exists xPxy$ $I \to$ 2-5
7. $\forall y\exists xPxy$ $E\exists$ 1,6

5)

1. $\forall xPx \wedge \forall xQx$ premisa
2. $\forall x(Px \to Rx)$ premisa
3. $\forall xPx$ $E\wedge$ 1
4. Pa $E\forall$ 3
5. $Pa \to Ra$ $E\forall$ 2
6. Ra $E \to$ 4,5
7. $\forall xRx$ $I\forall$ 6

6)

1. $\forall x(Px \to Qx)$ premisa
2. $\forall x(\neg Sx \to \neg Qx)$ premisa
3. Pa supuesto
4. $Pa \to Qa$ $E\forall$ 1
5. Qa $E \to$ 3,4
6. $\neg Sa \to \neg Qa$ $E\forall$ 2
7. $\neg Sa$ supuesto
8. $\neg Qa$ $E \to$ 6,7
9. $\perp$ $E\neg$ 5,8
10. $\neg\neg Sa$ $I\neg$ 7-9
11. Sa DN 10
12. $Sa \vee Ra$ $I\vee$ 11
13. $Pa \to (Sa \vee Ra)$ $I \to$ 3-12
14. $\forall x(Px \to (Sx \vee Rx))$ $I\forall$ 13

7)

1. $\forall xRxa$ premisa
2. $\exists xRxb$ premisa
3. Rcb supuesto
4. Raa E$\forall$ 1
5. $Raa \wedge Rcb$ I$\wedge$ 3,4
6. $\exists y(Raa \wedge Ryb)$ I$\exists$ 5
7. $Rcb \to \exists y(Raa \wedge Ryb)$ I$\to$ 3-6
8. $\exists y(Raa \wedge Ryb)$ E$\exists$ 2,7
9. $\exists x\exists y(Rxa \wedge Ryb)$ I$\exists$ 8

8)

1. $\forall x(Ax \wedge \neg Bx)$ premisa
2. $Aa \to Ba$ supuesto
3. $Aa \wedge \neg Ba$ E$\forall$ 1
4. Aa E$\wedge$ 3
5. Ba E$\to$ 2,4
6. $\neg Ba$ E$\wedge$ 3
7. $\perp$ E$\neg$ 5,6
8. $\neg(Aa \to Ba)$ I$\neg$ 2-7
9. $\forall y\neg(Ay \to By)$ I$\forall$ 8

9)

1. $\exists y(Qy \wedge \neg Py)$ premisa
2. $Qa \wedge \neg Pa$ supuesto
3. $\neg Pa$ E$\wedge$ 2
4. $\neg Pa \vee \neg Qa$ I$\vee$ 3

5. $\exists x(\neg Px \vee \neg Qx)$ — I$\exists$ 4
6. $Qa \wedge \neg Pa \to \exists x(\neg Px \vee \neg Qx)$ — I$\to$ 2-5
7. $\exists x(\neg Px \vee \neg Qx)$ — E$\exists$ 1,6

10) 1. $\exists x \neg(Px \to Qx)$ — premisa
2. $\forall x(Px \to Qx)$ — supuesto
3. $\neg(Pa \to Qa)$ — supuesto
4. $Pa \to Qa$ — E$\forall$ 2
5. $\perp$ — E$\neg$ 3,4
6. $\neg(Pa \to Qa) \to \perp$ — I$\to$ 3-5
7. $\perp$ — E$\exists$ 1,6
8. $\neg\forall x(Px \to Qx)$ — I$\neg$ 2-7

11) 1. $\exists x(Px \to Qx)$ — premisa
2. $\forall x(\neg Qx \wedge (Rx \to Px))$ — premisa
3. Ra — premisa
4. $Pa \to Qa$ — supuesto
5. $\neg Qa \wedge (Ra \to Pa)$ — E$\forall$ 2
6. $Ra \to Pa$ — E$\wedge$ 5
7. Pa — E$\to$ 3,6
8. Qa — E$\to$ 4,7
9. $\neg Qa$ — E$\wedge$ 5
10. $\perp$ — E$\neg$ 8,9
11. $(Pa \to Qa) \to \perp$ — I$\to$ 4-10
12. $\perp$ — E$\exists$ 1,11

12) 1. $\forall z(Raz \vee Rbz)$ — premisa
2. $Rac \vee Rbc$ — E$\forall$ 1
3. Rac — supuesto
4. $Rac \vee Rac$ — I$\vee$ 3
5. $\exists y(Ryc \vee Ryc)$ — I$\exists$ 4
6. $Rac \to \exists y(Ryc \vee Ryc)$ — I$\to$ 3-5
7. Rbc — supuesto
8. $Rbc \vee Rbc$ — I$\vee$ 7
9. $\exists y(Ryc \vee Ryc)$ — I$\exists$ 8
10. $Rbc \to \exists y(Ryc \vee Ryc)$ — I$\to$ 7-9
11. $\exists y(Ryc \vee Ryc)$ — E$\vee$ 2,6,10
12. $\forall x\exists y(Ryx \vee Ryx)$ — I$\forall$ 11

13) 1. $\forall x\neg\neg(Ax \to Bx)$ — premisa
2. $\neg\neg(Aa \to Ba)$ — E$\forall$ 1
3. $Aa \to Ba$ — DN 2
4. $\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$ — supuesto
5. $Aa \wedge \neg Ba$ — supuesto
6. Aa — E$\wedge$ 5
7. Ba — E$\to$ 3,6
8. $\neg Ba$ — E$\wedge$ 5
9. $\perp$ — E$\neg$ 7,8
10. $Aa \wedge \neg Ba \to \perp$ — I$\to$ 5-9
11. $\perp$ — E$\exists$ 4,10
12. $\neg\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$ — I$\neg$ 4-11

14) 1. $\forall x(Px \to Qx)$ — premisa
2. $\forall x(Qx \to \neg Rx)$ — premisa
3. $Pa \to Qa$ — $E\forall$ 1
4. $Qa \to \neg Ra$ — $E\forall$ 2
5. Pa — supuesto
6. Qa — $E \to$ 3,5
7. $\neg Ra$ — $E \to$ 4,6
8. $Pa \to \neg Ra$ — $I \to$ 5-7
9. $\exists x\neg(Px \to \neg Rx)$ — supuesto
10. $\neg(Pa \to \neg Ra)$ — supuesto
11. $\perp$ — $E\neg$ 8,10
12. $\neg(Pa \to \neg Ra) \to \perp$ — $I \to$ 10-11
13. $\perp$ — $E\exists$ 9,12
14. $\neg\exists x\neg(Px \to \neg Rx)$ — $I\neg$ 9-13

15) 1. $\forall x Px$ — premisa
2. $\exists x\neg Px$ — supuesto
3. $\neg Pa$ — supuesto
4. Pa — E$\forall$ 1
5. $\perp$ — E$\neg$ 3,4
6. $\neg Pa \to \perp$ — I$\to$ 3-5
7. $\perp$ — E$\exists$ 2,6
8. $\neg\exists x\neg Px$ — I$\neg$ 2-7

16) 1. $\neg\exists x\neg Px$ — premisa
2. $\neg Pa$ — supuesto
3. $\exists x\neg Px$ — I$\exists$ 2
4. $\perp$ — E$\neg$ 1,3
5. $\neg\neg Pa$ — I$\neg$ 2-4
6. Pa — DN 5
7. $\forall x Px$ — I$\forall$ 6

17) 1. $\exists x Px$ — premisa
2. $\forall x\neg Px$ — supuesto
3. Pa — supuesto
4. $\neg Pa$ — E$\forall$ 2
5. $\perp$ — E$\neg$ 3,4
6. $Pa \to \perp$ — I$\to$ 3-5
7. $\perp$ — E$\exists$ 1,6
8. $\neg\forall x\neg Px$ — I$\neg$ 2-7

18) 1. $\neg\forall x\neg Px$ — premisa
2. $\neg\exists x Px$ — supuesto

3. Pa supuesto
4. $\exists xPx$ I$\exists$ 3
5. $\perp$ E$\neg$ 2,4
6. $\neg Pa$ I$\neg$ 3-5
7. $\forall x\neg Px$ I$\forall$ 6
8. $\perp$ E$\neg$ 1,7
9. $\neg\neg\exists xPx$ I$\neg$ 2-8
10. $\exists xPx$ DN 9

19) 1. $\forall x\neg Px$ premisa
2. $\exists xPx$ supuesto
3. Pa supuesto
4. $\neg Pa$ E$\forall$ 1
5. $\perp$ E$\neg$ 3,4
6. $Pa \to \perp$ I$\to$ 3-5
7. $\perp$ E$\exists$ 2,6
8. $\neg\exists xPx$ I$\neg$ 2-7

20) 1. $\neg\exists xPx$ premisa
2. Pa supuesto
3. $\exists xPx$ I$\exists$ 2
4. $\perp$ E$\neg$ 1,3
5. $\neg Pa$ I$\neg$ 2-4
6. $\forall x\neg Px$ I$\forall$ 5

21) 1. $\exists x\neg Px$ premisa
2. $\forall xPx$ supuesto
3. $\neg Pa$ supuesto
4. Pa E$\forall$ 2
5. $\perp$ E$\neg$ 3,4
6. $\neg Pa \to \perp$ I$\to$ 3-5
7. $\perp$ E$\exists$ 1,6
8. $\neg\forall xPx$ I$\neg$ 2-7

22) 1. $\neg\forall xPx$ premisa
2. $\neg\exists x\neg Px$ supuesto
3. $\neg Pa$ supuesto
4. $\exists x\neg Px$ I$\exists$ 3
5. $\perp$ E$\neg$ 2,4
6. $\neg\neg Pa$ I$\neg$ 3-5
7. Pa DN 6
8. $\forall xPx$ I$\forall$ 7
9. $\perp$ E$\neg$ 1,8
10. $\neg\neg\exists x\neg Px$ I$\neg$ 2-9
11. $\exists x\neg Px$ DN 10

23) 1. $\neg\exists x(Tx \wedge Rxa)$ premisa
2. $\exists x\neg(Sx \to Tx)$ premisa
3. $\neg(Sb \to Tb)$ supuesto
4. Tb supuesto
5. Sb supuesto
6. Tb Rep 4
7. $Sb \to Tb$ $I \to$ 5-6
8. $\perp$ $E\neg$ 3,7
9. $\neg Tb$ $I\neg$ 4-8
10. $\neg Tb \vee Qb$ $I\vee$ 9
11. $\exists x(\neg Tx \vee Qx)$ $I\exists$ 10
12. $\neg(Sb \to Tb) \to \exists x(\neg Tx \vee Qx)$ $I \to$ 3-11
13. $\exists x(\neg Tx \vee Qx)$ $E\exists$ 2,12

24) 1. $\forall x(\neg Px \vee Qx)$ premisa
2. $\forall x(\neg Sx \to Px)$ premisa
3. $\exists x\neg Sx$ premisa
4. $\neg Pa \vee Qa$ $E\forall$ 1
5. $\neg Sa \to Pa$ $E\forall$ 2
6. $\neg Sa$ supuesto
7. Pa $E \to$ 5,6
8. $\neg Pa$ supuesto
9. $\perp$ $E\neg$ 7,8
10. Qa EFSQ
11. $\neg Pa \to Qa$ $I \to$ 8-10
12. Qa supuesto
13. Qa Rep 12
14. $Qa \to Qa$ $I \to$ 12-13
15. Ta supuesto
16. Qa $E\vee$ 4,11,14
17. $Ta \to Qa$ $I \to$ 15-16
18. $\exists x(Tx \to Qx)$ $I\exists$ 17
19. $\neg Sa \to \exists x(Tx \to Qx)$ $I \to$ 6-18
20. $\exists x(Tx \to Qx)$ $E\exists$ 3,19

25) 1. $\neg\exists x\neg(\neg Px \vee Mx)$ premisa
2. $\exists x\neg Mx$ premisa
3. $\neg Ma$ supuesto
4. $\neg(\neg Pa \vee Ma)$ supuesto
5. $\exists x\neg(\neg Px \vee Mx)$ $I\exists$ 4
6. $\perp$ $E\neg$ 1,5
7. $\neg\neg(\neg Pa \vee Ma)$ $I\neg$ 4,6
8. $\neg Pa \vee Ma$ DN 7
9. $\neg Pa$ supuesto
10. $\neg Pa$ Rep 9
11. $\neg Pa \to \neg Pa$ $I \to$ 9-10

12. Ma supuesto
13. $\bot$ $E\neg$ 3,12
14. $\neg Pa$ EFSQ
15. $Ma \to \neg Pa$ $I\to$ 12-14
16. $\neg Pa$ $E\vee$ 8,11,15
17. $\exists x \neg Px$ $I\exists$ 16
18. $\neg Ma \to \exists x \neg Px$ $I\to$ 3-17
19. $\exists x \neg Px$ $E\exists$ 2,18

26) 1. $(\forall x(Px \vee Qx) \to \forall x Rx)$ premisa
2. $\forall x Px$ premisa
3. Pa $E\forall$ 2
4. $Pa \vee Qa$ $I\vee$ 3
5. $\forall x(Px \vee Qx)$ $I\forall$ 4
6. $\forall x Rx$ $E\to$ 1,5
7. Ra $E\forall$ 6
8. $\exists x Rx$ $I\exists$ 7

27) 1. $\forall x(Rx \to \neg Qx)$ premisa
2. $\forall x(Px \to Qx)$ premisa
3. $Ra \to \neg Qa$ $E\forall$ 1
4. $Pa \to Qa$ $E\forall$ 1
5. $\neg(\neg Pa \vee \neg Ra)$ supuesto
6. Pa supuesto
7. Qa $E\to$ 4,6
8. Ra supuesto
9. $\neg Qa$ $E\to$ 3,8
10. $\bot$ $E\neg$ 7,9
11. $\neg Ra$ $I\neg$ 8-10
12. $(\neg Pa \vee \neg Ra)$ $I\vee$ 11
13. $\bot$ $E\neg$ 5,12
14. $\neg Pa$ $I\neg$ 6-13
15. $(\neg Pa \vee \neg Ra)$ $I\vee$ 14
16. $\bot$ $E\neg$ 5,15
17. $\neg\neg(\neg Pa \vee \neg Ra)$ $I\neg$ 5-16
18. $\neg Pa \vee \neg Ra$ DN 17
19. $\forall x(\neg Px \vee \neg Rx)$ $I\forall$ 18

28) 1. $(\forall x Px \to \forall x Qx)$ premisa
2. $\neg Qa$ premisa
3. $\forall x Px$ supuesto
4. $\forall x Qx$ $E\to$ 1,3
5. Qa $E\forall$ 4
6. $\bot$ $E\neg$ 2,6
7. $\neg\forall x Px$ $I\neg$ 3-6

29) 1. $\forall x(Px \to Qx)$ premisa
2. $\forall x(\neg Sx \to \neg Qx)$ premisa
3. $\neg\forall x Sx$ premisa
4. $\neg\exists x \neg Px$ supuesto
5. $\neg Pa$ supuesto
6. $\exists x \neg Px$ $I\exists$ 5
7. $\bot$ $E\neg$ 4,6
8. $\neg\neg Pa$ $I\neg$ 5-7
9. Pa DN 8
10. $Pa \to Qa$ $E\forall$ 1
11. Qa $E\to$ 9,10
12. $\neg Sa \to \neg Qa$ $E\forall$ 2
13. $\neg Sa$ supuesto
14. $\neg Qa$ $E\to$ 12,13
15. $\bot$ $E\neg$ 11,14
16. $\neg\neg Sa$ $I\neg$ 13-15
17. Sa DN 16
18. $\forall x Sx$ $I\forall$ 17
19. $\bot$ $E\neg$ 3,18
20. $\neg\neg\exists x \neg Px$ $I\neg$ 4-19
21. $\exists x \neg Px$ DN 20

30) 1. $\forall(Tx \to Mx)$ premisa
2. $\forall x \neg(Mx \wedge Rx)$ premisa
3. $\forall x(Tx \to (Px \to Rx))$ premisa
4. $Ta \to Ma$ $E\forall$ 1
5. $\neg(Ma \wedge Ra)$ $E\forall$ 2
6. $Ta \to (Pa \to Ra)$ $E\forall$ 3
7. Ta supuesto
8. $Pa \to Ra$ $E\to$ 6,7
9. Ma $E\to$ 4,7
10. $Ma \to Pa$ supuesto
11. Pa $E\to$ 9,10
12. Ra $E\to$ 8,11
13. $Ma \wedge Ra$ $I\wedge$ 10,12
14. $\bot$ $E\neg$ 5,13
15. $\neg(Ma \to Pa)$ $I\neg$ 10-14
16. $Ta \to \neg(Ma \to Pa)$ $I\to$ 7-15
17. $\forall x(Tx \to \neg(Mx \to Px))$ $I\forall$ 16

31) 1. $\forall x(Px \vee Tx)$ premisa
2. $\forall(Px \to (\neg Tx \to \neg Qx))$ premisa
3. $\forall x((Qx \wedge Mx) \vee Qx)$ premisa
4. $Pa \vee Ta$ $E\forall$ 1
5. $Pa \to (\neg Ta \to \neg Qa)$ $E\forall$ 2
6. $(Qa \wedge Ma) \vee Qa$ $E\forall$ 3

7.	Pa	supuesto
8.	$\neg Ta \to \neg Qa$	$E \to$ 5,7
9.	$Qa \wedge Ma$	supuesto
10.	Qa	$E\wedge$ 9
11.	$(Qa \wedge Ma) \to Qa$	$I \to$ 9-10
12.	Qa	supuesto
13.	Qa	Rep 12
14.	$Qa \to Qa$	$I \to$ 12-13
15.	Qa	$E\vee$ 6,11,14
16.	$\neg Ta$	supuesto
17.	$\neg Qa$	$E \to$ 8,16
18.	$\perp$	$E\neg$ 15,17
19.	$\neg\neg Ta$	$I\neg$ 16-18
20.	Ta	DN 19
21.	$Pa \to Ta$	$I \to$ 7-20
22.	Ta	supuesto
23.	Ta	Rep 22
24.	$Ta \to Ta$	$I \to$ 22-23
25.	Ta	$E\vee$ 4,21,24
26.	Sa	supuesto
27.	Ta	Rep 24
28.	$Sa \to Ta$	$I \to$ 26-27
29.	$\forall x(Sx \to Tx)$	$I\forall$ 29

32)

1.	$\forall x(Tx \to Qx)$	premisa
2.	$\forall x\neg(Px \vee \neg Tx)$	premisa
3.	$Ta \to Qa$	$E\forall$ 1
4.	$\neg(Pa \vee \neg Ta)$	$E\forall$ 2
5.	Pa	supuesto
6.	$Pa \vee \neg Ta$	$I\vee$ 5
7.	$\perp$	$E\neg$ 4,6
8.	$\neg Pa$	$I\neg$ 6-7
9.	$\neg Qa$	supuesto
10.	Ta	supuesto
11.	Qa	$E \to$ 3,10
12.	$\perp$	$E\neg$ 9,11
13.	$\neg Ta$	$I\neg 10 - 12$
14.	$Pa \vee \neg Ta$	$I\vee$ 13
15.	$\perp$	$E\neg$ 4,14
16.	$\neg\neg Qa$	$I\neg$ 9-15
17.	Qa	DN 16
18.	$\neg Pa \wedge Qa$	$I\wedge$ 8,17
19.	$\exists x(\neg Px \wedge Qx)$	$I\exists$ 18

33)

1.	$\forall x(Sx \to \neg Rx)$	premisa
2.	$\exists x\neg(\neg Px \vee \neg Rx)$	premisa
3.	$Sa \to \neg Ra$	$E\forall$ 1
4.	$\neg(\neg Pa \vee \neg Ra)$	supuesto
5.	$\neg Pa$	supuesto
6.	$\neg Pa \vee \neg Ra$	$I\vee$ 5
7.	$\perp$	$E\neg$ 4,6
8.	$\neg\neg Pa$	$I\neg$ 5-7
9.	Pa	DN 8
10.	Sa	supuesto
11.	$\neg Ra$	$I \to$ 3,10
12.	$\neg Pa \vee \neg Ra$	$I\vee$ 11
13.	$\perp$	$E\neg$ 4,12
14.	$\neg Sa$	$I\neg$ 10-13
15.	$Pa \wedge \neg Sa$	$I\wedge$ 9,14
16.	$\exists x(Px \wedge \neg Sx)$	$I\exists$ 15
17.	$\neg(\neg Pa\vee\neg Ra) \to \exists x(Px\wedge\neg Sx)$	$I \to$ 4-16
18.	$\exists x(Px \wedge \neg Sx)$	$E\exists$ 2,17

34)

1.	$\forall x(Px \to (Qx \vee Rx))$	premisa
2.	$\exists x(\neg Qx \wedge Px)$	premisa
3.	$Pa \to (Qa \vee Ra)$	$E\forall$ 1
4.	$\neg Qa \wedge Pa$	supuesto
5.	$\neg Qa$	$E\wedge$ 4
6.	Pa	$E\wedge$ 4
7.	$Qa \vee Ra$	$E \to$ 3,6
8.	Qa	supuesto
9.	$\perp$	$E\neg$ 5,8
10.	Ra	EFSQ
11.	$Qa \to Ra$	$I \to$ 8-10
12.	Ra	supuesto
13.	Ra	Rep 12
14.	$Ra \to Ra$	$I \to$ 12-13
15.	Ra	$E\vee$ 7,11,14
16.	$\exists xRx$	$I\exists$ 15
17.	$(\neg Qa \wedge Pa) \to \exists xRx$	$I \to$ 4-16
18.	$\exists xRx$	$E\exists$ 2,17

3.

1) 1. $\forall x(Rx \to Cx)$ premisa
2. $\forall x(Px \to Rx)$ premisa
3. Pa supuesto
4. $Pa \to Ra$ E$\forall$ 2
5. Ra E$\to$ 3,4
6. $Ra \to Ca$ E$\forall$ 1
7. Ca E$\to$ 5,6
8. $Pa \to Ca$ I$\to$ 3-7
9. $\forall x(Px \to Cx)$ I$\forall$ 8

2) 1. $\neg\exists x(Fx \wedge Px)$ premisa
2. $\forall x(\neg Fx \to Ex)$ premisa
3. Pa supuesto
4. $\neg Ea$ supuesto
5. $\neg Fa \to Ea$ E$\forall$ 2
6. $\neg Fa$ supuesto
7. Ea E$\to$ 5,6
8. $\perp$ E$\neg$ 4,7
9. $\neg\neg Fa$ I$\neg$ 6-8
10. Fa DN 9
11. $Fa \wedge Pa$ I$\wedge$ 3,10
12. $\exists x(Fx \wedge Px)$ I$\exists$ 11
13. $\perp$ E$\neg$ 1,12
14. $\neg\neg Ea$ I$\neg$ 4-13
15. Ea DN 14
16. $Pa \to Ea$ I$\to$ 3-15
17. $\forall x(Px \to Ex)$ I$\forall$ 16

3) 1. $\forall x(Ax \to Dx)$ premisa
2. $\forall x(Ox \to Mx)$ premisa
3. $\forall x(Dx \to Ox)$ supuesto
4. Aa supuesto
5. $Aa \to Da$ E$\forall$ 1
6. $Da \to Oa$ E$\forall$ 3
7. $Oa \to Ma$ E$\forall$ 2
8. Da E$\to$ 4,5
9. Oa E$\to$ 6,8
10. Ma E$\to$ 7,9
11. $Aa \to Ma$ I$\to$ 4-10
12. $\forall x(Ax \to Mx)$ I$\forall$ 11
13. $\forall x(Dx \to Ox) \to \forall x(Ax \to Mx)$ I$\to$ 3-12

4) 1. $\neg\exists x(Fx \wedge Dx)$ premisa
2. $\forall x(Ax \to Dx)$ premisa
3. $\exists x(Ax \wedge Fx)$ supuesto
4. $Aa \wedge Fa$ supuesto
5. $Aa \to Da$ E$\forall$ 2
6. Aa E$\wedge$ 4
7. Da E$\to$ 5,6
8. Fa E$\wedge$ 4
9. $Fa \wedge Da$ I$\wedge$ 7,8
10. $\exists x(Fx \wedge Dx)$ I$\exists$ 9
11. $\perp$ E$\neg$ 1,10
12. $Aa \wedge Fa \to \perp$ I$\to$ 4-11
13. $\perp$ E$\exists$ 3,12
14. $\neg\exists x(Ax \wedge Fx)$ I$\neg$ 3-13

5) 1. $\neg\exists x(Cx \wedge Sx)$ premisa
2. $\neg\exists x(Px \wedge Ax)$ premisa
3. $\forall x(\neg Sx \to Ax)$ premisa
4. $\exists x(Cx \wedge Px)$ supuesto
5. $Ca \wedge Pa$ supuesto
6. Sa supuesto
7. Ca E$\wedge$ 5
8. $Ca \wedge Sa$ I$\wedge$ 6,7
9. $\exists x(Cx \wedge Sx)$ I$\exists$ 8
10. $\perp$ E$\neg$ 1,9
11. $\neg Sa$ I$\neg$ 6-10
12. $\neg Sa \to Aa$ E$\forall$ 3
13. Aa E$\to$ 11,12
14. Pa E$\wedge$ 5
15. $Pa \wedge Aa$ I$\wedge$ 13,14
16. $\exists x(Px \wedge Ax)$ I$\exists$ 15
17. $\perp$ E$\neg$ 2,16
18. $Ca \wedge Pa \to \perp$ I$\to$ 5-17
19. $\perp$ E$\exists$ 4,18
20. $\neg\exists x(Cx \wedge Px)$ I$\neg$ 4-19

6) 1. $\forall x(Mx \to Hx)$ premisa
2. $\neg\exists x(Hx \wedge Fx)$ premisa
3. $\exists x(Mx \wedge Fx)$ supuesto
4. $Ma \wedge Fa$ supuesto
5. Ma E$\wedge$ 4
6. $Ma \to Ha$ E$\forall$ 1
7. Ha E$\to$ 5,6
8. Fa E$\wedge$ 4
9. $Ha \wedge Fa$ I$\wedge$ 7,8
10. $\exists x(Hx \wedge Fx)$ I$\exists$ 9
11. $\perp$ E$\neg$ 2,10
12. $Ma \wedge Fa \to \perp$ I$\to$ 4-11
13. $\perp$ E$\exists$ 3,12

14. $\neg\exists x(Mx \wedge Fx)$ I¬ 3-13

7) 1. $\forall x(Nx \to Tx)$ premisa
2. Ng supuesto
3. $\forall x(Tx \to Ax)$ supuesto
4. $Ng \to Tg$ E∀ 1
5. Tg E→ 2,4
6. $Tg \to Ag$ E∀ 3
7. Ag E→ 5,6
8. $\forall x(Tx \to Ax) \to Ag$ I→ 3-7
9. $Ng \to (\forall x(Tx \to Ax) \to Ag)$ I→ 2-8

8) Idem 3

9) 1. $\forall x(Ex \wedge Px \to Ix)$ premisa
2. $\forall x(Ix \to Ax)$ premisa
3. $\exists x(Ax \wedge \neg Gx) \to \neg\exists x(Px \wedge Ax)$ premisa
4. $Ia \to Aa$ E∀ 2
5. $\exists x(Ix \wedge \neg Gx)$ supuesto
6. $\exists x(Ex \wedge Px)$ supuesto
7. $Ia \wedge \neg Ga$ supuesto
8. Ia E∧ 7
9. Aa E→ 4,8
10. $\neg Ga$ E∧ 6
11. $Aa \wedge \neg Ga$ I∧ 9,10
12. $\exists x(Ax \wedge \neg Gx)$ I∃ 11
13. $\neg\exists x(Px \wedge Ax)$ E→ 3,12
14. $Ia \wedge \neg Ga \to \neg\exists x(Px \wedge Ax)$ I→ 7-13
15. $\neg\exists x(Px \wedge Ax)$ E∃ 5,14
16. $Ea \wedge Pa$ supuesto
17. $Ea \wedge Pa \to Ia$ E∀ 1
18. Ia E→ 16,17
19. Aa E→ 4,18
20. Pa E∧ 16
21. $Pa \wedge Aa$ I∧ 19,20
22. $\exists x(Px \wedge Ax)$ I∃ 21
23. $\perp$ E¬ 15,22
24. $Ea \wedge Pa \to \perp$ I→ 16-23
25. $\perp$ E→ 6,24
26. $\neg\exists x(Ex \wedge Px)$ I¬ 6-25
27. $\exists x(Ix \wedge \neg Gx) \to \neg\exists x(Ex \wedge Px)$ I→ 5-26

10) 1. $\neg\exists x(Cx \wedge Rx)$ premisa
2. $\exists x(Mx \wedge Cx)$ premisa
3. $Ma \wedge Ca$ supuesto
4. Ra supuesto
5. Ca E∧ 3
6. $Ca \wedge Ra$ I∧ 4,5
7. $\exists x(Cx \wedge Rx)$ I∃ 6
8. $\perp$ E¬ 1,7
9. $\neg Ra$ I¬ 4-8
10. Ma E∧ 3
11. $Ma \wedge \neg Ra$ I∧ 9,10
12. $\exists x(Mx \wedge \neg Rx)$ I∃ 11
13. $Ma \wedge Ca \to \exists x(Mx \wedge \neg Rx)$ I→ 3-12
14. $\exists x(Mx \wedge \neg Rx)$ E∃ 2,13

11) 1. $\forall x(Rx \to Cx \vee Mx)$ premisa
2. $\neg\exists x(Ix \wedge Ux \wedge Rx \wedge Cx)$ premisa
3. $\forall x(Ix \wedge Ux \to Rx)$ supuesto
4. $Ia \wedge Ua \to Ra$ E∀ 3
5. $Ia \wedge Ua$ supuesto
6. Ra E→ 4,5
7. $Ra \to Ca \vee Ma$ E∀ 1
8. $Ca \vee Ma$ E→ 6,7
9. Ca supuesto
10. $Ia \wedge Ua \wedge Ra$ I∧ 5,6
11. $Ia \wedge Ua \wedge Ra \wedge Ca$ I∧ 9,10
12. $\exists x(Ix \wedge Ux \wedge Rx \wedge Cx)$ I∃ 11
13. $\perp$ E¬ 2,12
14. Ma EFSQ 13
15. $Ca \to Ma$ I→ 9-14
16. Ma supuesto
17. Ma Rep 16
18. $Ma \to Ma$ I→ 16-17
19. Ma E∨ 8,15,18
20. $Ia \wedge Ua \to Ma$ I→ 5-19
21. $\forall x(Ix \wedge Ux \to Mx)$ I∀ 20
22. $\forall x(Ix \wedge Ux \to Rx) \to \forall x(Ix \wedge Ux \to Mx)$ I→ 3-21

12) 1. $\exists xGx \to \forall x(Cx \to Gx)$ premisa
2. $\exists xTx \to \forall x(Gx \to Tx)$ premisa
3. $\exists x(Gx \wedge Tx)$ supuesto
4. Ca supuesto
5. $Gb \wedge Tb$ supuesto
6. Gb E∧ 5
7. Tb E∧ 6
8. $\exists xGx$ I∃ 6
9. $\exists xTx$ I∃ 7
10. $\exists xGx \wedge \exists xTx$ I∧ 8,9

11. $Gb \wedge Tb \to \exists x Gx \wedge \exists x Tx$ I→ 5-10
12. $\exists x Gx \wedge \exists x Tx$ E∃ 3,11
13. $\exists x Gx$ E∧ 12
14. $\forall x(Cx \to Gx)$ E→ 1,13
15. $Ca \to Ga$ E∀ 14
16. Ga E→ 4,15
17. $\exists x Tx$ E∧ 12
18. $\forall x(Gx \to Tx)$ E→ 2,17
19. $Ga \to Ta$ E∀ 18
20. Ta E→ 16,19
21. $Ca \to Ta$ I→ 4-20
22. $\forall x(Cx \to Tx)$ I∀ 21
23. $\exists x(Gx \wedge Tx) \to \forall x(Cx \to Tx)$ I→ 3-22

13) 1. $\neg\exists x(\neg Sx \wedge Px)$ premisa
2. $\forall x(Ex \to Px)$ premisa
3. $\exists x(Ex \wedge \neg Sx)$ supuesto
4. $Ea \wedge \neg Sa$ supuesto
5. $Ea \to Pa$ E∀ 2
6. Ea E∧ 4
7. Pa E→ 5,6
8. $\neg Sa$ E∧ 4
9. $\neg Sa \wedge Pa$ I∧ 7,8
10. $\exists x(\neg Sx \wedge Px)$ I∃ 9
11. $\bot$ E¬ 1,10
12. $Ea \wedge \neg Sa \to \bot$ I→ 4-11
13. $\bot$ E∃ 3,12
14. $\neg\exists x(Ex \wedge \neg Sx)$ I¬ 3-13

14) 1. $\forall x(Px \to \neg Cx)$ premisa
2. $\neg\exists x(Sx \wedge Ex)$ premisa
3. $\forall x(\neg Cx \to Ex)$ premisa
4. Pa supuesto
5. $Pa \to \neg Ca$ E∀ 1
6. $\neg Ca$ E→ 4,5
7. $\neg Ca \to Ea$ E∀ 3
8. Ea E→ 6,7
9. Sa supuesto
10. $Sa \wedge Pa$ I∧ 4,9
11. $\exists x(Sx \wedge Px)$ I∃ 10
12. $\bot$ E¬ 2,11
13. $\neg Sa$ I¬ 9-12
14. $Pa \to \neg Sa$ I→ 4-13
15. $\forall x(Px \to \neg Sx)$ I∀ 14

15) 1. $\forall x(Cx \wedge Ex \to (\forall y(Py \to Vyx) \to Bx))$ premisa
2. $\forall x(Cx \to (\exists y(Py \wedge Vyx) \to \forall y(Py \to Vyx)))$ premisa
3. $Ca \wedge Ea$ supuesto
4. $\exists y(Py \wedge Vya)$ supuesto
5. $Ca \wedge Ea \to (\forall y(Py \to Vya) \to Ba)$ E∀ 1
6. $\forall y(Py \to Vya) \to Ba$ E→ 3,5
7. $Ca \to (\exists y(Py \wedge Vya) \to \forall y(Py \to Vya))$ E∀ 2
8. Ca E∧ 3
9. $\exists y(Py \wedge Vya) \to \forall y(Py \to Vya)$ E→ 7,8
10. $\forall y(Py \to Vya)$ E→ 4,9
11. Ba E→ 6,10
12. $\exists y By$ I∃ 11
13. $\exists y(Py \wedge Vya) \to \exists y By)$ I→ 4-12
14. $Ca \wedge Ea \to (\exists y(Py \wedge Vya) \to \exists y By))$ I→ 3-13
15. $\exists x(Cx \wedge Ex \to (\exists y(Py \wedge Vyx) \to \exists y By))$ I∃ 14

Guía para el docente

A continuación se detallan algunas decisiones tomadas con respecto a la notación. Para la solución de los ejercicios se remite a secciones y subsecciones de Gamut [2] y en general los ejercicios están basados en este libro, con las siguientes excepciones.

♠ En lugar de llamar 'L' tanto al lenguaje de la Lógica Proposicional como al de la Lógica de Predicados de Primer Orden, llamamos '$\mathcal{L}$' al primero y '$\mathcal{L}_{PO}$' al segundo, para diferenciarlos.

♠ En lugar de dejar sin especificar las letras proposicionales del lenguaje de la Lógica Proposicional y trabajar con metavariables decimos que las letras proposicionales son de la forma p_i, con $i \in \omega$. Permitimos luego relajar la notación y utilizar $p, q, r, \ldots$.

♠ En lugar de dejar sin especificar las letras de predicado, las constantes de individuo y las variables del lenguaje de la Lógica de Predicados y trabajar con metavariables decimos que las letras de predicado son de la forma A_i, las constantes de individuo de la forma a_i y las variables de la forma x_i, con $i \in \omega$. Permitimos luego relajar la notación y utilizar $A, B, C, \ldots$, $a, b, c, \ldots$ y $x, y, z, \ldots$, respectivamente.

♠ Omitimos la mayor cantidad de paréntesis posible, en particular a partir de §2:

- omitimos los paréntesis exteriores;
- asumimos que los símbolos '$\wedge$' y '$\vee$', por un lado, y '$\to$' y '$\leftrightarrow$', por otro, ligan fórmulas con igual 'fuerza', pero los primeros lo hacen con mayor fuerza que los segundos; por tanto, escribimos por ejemplo '$\varphi \wedge \psi \to \chi$' en lugar de '$(\varphi \wedge \psi) \to \chi$';
- por la asociatividad de la conjunción y la disyunción admitimos conjunciones y disyunciones 'largas', como por ejemplo '$\varphi \wedge \psi \wedge \chi$'.

Bibliografía

[1] Falguera López, J., and Martínez Vidal, C. *Lógica Clásica de Primer Orden.* Trotta, Madrid, 1998.

[2] Gamut, L. T. F. *Introducción a la Lógica.* Eudeba, Buenos Aires, 1991.

[3] Martín Santos, A. Ejercicios de derivación del cálculo de predicados.