

**Seminario**

# **La Lógica de la Verdad**

*Eduardo Alejandro Barrio*  
*Universidad de Buenos Aires*  
[eabarrio@gmail.com](mailto:eabarrio@gmail.com)

*Lunes de 19 a 23 - 1er Cuatrimestre de 2014*

*Sitio del Seminario: Logic Group of Buenos Aires*

<http://www.ba-logic.com/courses/logicaverdad>

# Lecturas

## Unidad 2:

- Barrio, E *La Lógica de la Verdad* (Buenos Aires, Eudeba, 2014), Capítulo 2.
- Saul Kripke (1975) "Outline of a Theory of Truth" *J.of Phil* 72.

# La verdad como un punto fijo

- ¿Cuáles son los vínculos entre las nociones de *infundación* y *paradojicidad*?

Esta oración es falsa (infundada (inherente) y paradójica)

Esta oración es verdadera (infundada inherente y no paradójica)

Esta oración es verdadera o falsa (infundada y no paradójica)

La nieve es blanca (fundada)

El caso de Nixon y Jones. (pares infundados (empíricamente) y paradójicos)

# Conceptos semánticos

## ***Verdad - Falsedad***

***No es verdad*** (o falsa o indeterminada) - **Esta oración no es verdadera**

## ***Infundación***

- **Esta oración es infundada**

## ***Patogenicidad***

- ***Esta oración es patológica***

¿Nuevas paradojas producidas por los “nuevos” conceptos semánticos?

¿Son expresables estos conceptos dentro del lenguaje?

# Teoría de Puntos Fijos: presentación intuitiva

Imagen Ascendente:

Captura

Imagen Descendente:

Liberación

Noción de *lenguaje básico* (Sin nociones semánticas)  
Modelo para ese lenguaje

Noción de *lenguaje extendido* (incluye su propio predicado veritativo).

Esquema de valuación no-clásico:  $K: \{1, 1/2, 0\}$

Modelo parcial y puntos fijos

# El enfoque de Kripke: imagen ascendente

*Construcción de una **sucesión de modelos** para un lenguaje de primer orden  $L_{TR}$  que contiene su propio predicado veritativo.*

*En proceso se inicia asignando una extensión vacía al predicado veritativo.*

*Los esquemas de valuación son trivalentes (Modelos de Kleene).*

*El proceso sigue construyendo un segundo modelo a partir del modelo de base.*

*Aquí, la extensión de Tr deja de ser vacía y se asigna como su extensión el conjunto de los códigos de Gödel de las oraciones que en el modelo de base han recibido 1 (las que son fundadas).*

*El proceso continua hasta el infinito generando extensiones cada vez mayores.*

*- **Punto punto fijo mínimo** (cuando el proceso se inicia asignando el conjunto vacío como extensión y antiextensión y no hay más saltos en la extensión de la verdad).*

*- En los casos interesantes aparecerán oraciones que no son ni verdaderas ni falsas.*

*- Una **oración fundada** será aquella que tenga valor veritativo en el punto fijo mínimo.*

*- Carecer de valor veritativo en ese punto es equivalente a ser infundada.*

# Imagen descendente: dependencia e infundación

Las oraciones infundadas tienen condiciones de verdad que dependen de sí mismas.

Dependencia directa:

el mentiroso

el honesto

Dependencia indirecta:

Círculos de varias oraciones.

## El enfoque de Kripke: punto fijo

Un modelo básico  $M_B$  es un par  $\langle D, I \rangle$  (donde  $D$  contiene códigos para las fórmulas de  $L_T$  e  $I$  es una interpretación que asigna a cada nombre  $a_m$  de  $L_T$  un objeto de  $D$ ).

Para todo  $i \in \mathbb{N}$ , sea  $M_{i+1}$  = la interpretación  $M_i$  excepto en que  $Tr('A')^{M_{i+1}} = A^{M_i}$

Una secuencia de interpretaciones  $M_B, M_1, M_2, M_3, \dots$  un punto fijo  $M_i$  si  $M_i = M_{i+1}$  (la secuencia estabiliza en  $i$ ).

Sea  $M_{i+1}$  = la interpretación  $M_i$  excepto en que  $Tr('A')^{M_{i+1}} = A^{M_i}$

Supongamos que  $M_i$  es un punto fijo para algún  $i$ . Entonces  $M_{i+1} = M_i$ , esto es,

$$Tr('A')^{M_i} = A^{M_i}$$

Lo que muestra que  $Tr$  es el predicado veritativo.



## Esquemas de Valuación Kleene Fuerte y Débil

$\wedge_{\kappa}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	0	0	0
1	0	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\vee_{\kappa}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	0	1	$\frac{1}{2}$
1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

$\neg_{\kappa}$	
0	1
1	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\supset_{\kappa}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	1	1	1
1	0	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

$\wedge_{\mu}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	0	0	$\frac{1}{2}$
1	0	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\vee_{\mu}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	0	1	$\frac{1}{2}$
1	1	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\neg_{\mu}$	0
0	1
1	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\supset_{\mu}$	0	1	$\frac{1}{2}$
0	1	1	$\frac{1}{2}$
1	0	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Si los inputs son clásicos, los outputs también lo son

# Negación Fuerte y el Mentiroso

La negación fuerte se pierde, ya que

$$A^M = (\neg A)^M \text{ cuando } A^M = i$$

Disy	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>i</i>	Neg	
<i>T</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>t</i>	<i>f</i>
<i>F</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>i</i>	<i>f</i>	<i>t</i>
<i>I</i>	<i>t</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>

Sea  $M_0 = T('A')^{M_0} = i$

$M_{i+1}$  = la interpretación  $M_i$  excepto en que  $T('A')^{M_{i+1}} = A^{M_i}$

Supongamos que en  $L$  tenemos a:

el mentiroso  $\neg Tr('A') \leftrightarrow A$

En el proceso de ir definiendo la extensión y la anti-extensión de  $Tr$ , hasta llegar a un punto fijo, el mentiroso nunca llega a ser ni verdadero ni falso.

## Lógicas en modelos trivaluados

$f_{\supset}$	1	i	0
1	1	i	0
i	1	i	i
0	1	1	1

$\Gamma \models_{K3} A$  ssi en todo modelo M en el que  $V_M(\Gamma): 1, V_M(A): 1$

La lógica resultante del esquema de Kleene k más la definición de consecuencia lógica como preservación de 1 en todo M da como resultado K3.

$\not\models_{K3} A \vee \neg A$

De hecho, no hay valideces en K3, pero hay inferencias válidas.

$\not\models_{K3} A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Hay problemas con el condicional.

Identidad  $\not\models_{K3} A \rightarrow A$

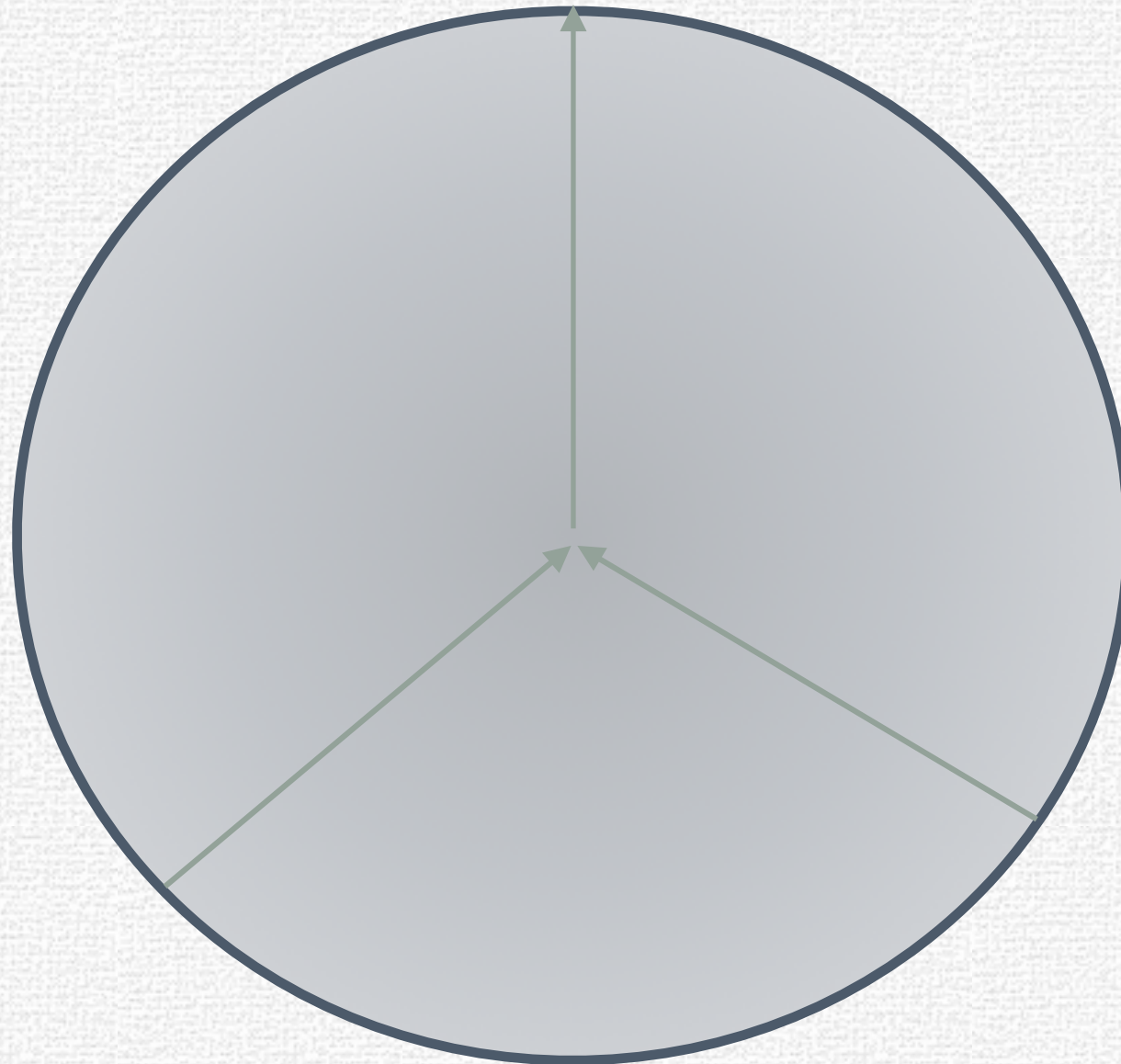
MP  $A \rightarrow B, A \not\models_{K3} B$

Tr es transparente:  $\neg \text{Tr}(A) \vee A$  es equivalente a  $\text{Tr}(A) \rightarrow A$ . Por eso

$\not\models_{K3} \text{Tr}(A) \leftrightarrow A$ .

El condicional es muy débil.

# Punto Fijo Mímimo



# Superveniencia y hechos semánticos

*¿Son siempre las oraciones que predicen valores veritativos oraciones infundadas?*

*- No. Por ejemplo, decir: 'la oración '2 + 2 = 4' es verdadera' es decir una oración perfectamente fundada, ya que hay una circunstancia (que 2 + 2 sea igual a 4) que funda en última instancia esa atribución de verdad.*

## **Tesis de la superveniencia semántica:**

*cada vez que los hechos empíricos son establecidos, los hechos semánticos quedan establecidos también. Para Gupta esto se lee como "No hay hechos semánticos". Todos los que sostienen la tesis de la superveniencia semántica sostienen que la extensión del predicado veritativo queda establecida en el punto fijo mínimo.*

## **Tesis de Kremer:**

*No es posible sostener al mismo tiempo que todo punto fijo es aceptable como interpretación del predicado veritativo (concepción de la verdad como punto fijo) y que para todas asignación de valores veritativos hay a lo sumo una interpretación aceptable del predicado veritativo (tesis de la superveniencia). Hay que sostener la primera y rechazar la segunda.*

# Preguntas

- ¿Por qué el dominio del modelo básico incluye códigos de Gödel?
- ¿Qué papel juega el operador “salto”?
- ¿Qué es un esquema de valuación?
  - ¿Qué tipos de esquema usan los modelos Kripkeanos?
- ¿Qué diferencia hay entre el esquema de valuación Kleene (fuerte  $\kappa$  y débil  $\mu$ )?
- ¿Qué es un modelo parcial?
- ¿Cómo se define *validez* en los modelos trivaluados?
  - ¿preservación de 1?
  - ¿que no exista una valuación que asigne 1 a las premisas y 0 a la conclusión? ¿Si se pasa de 1 a 1/2 es un contramodelo?

---

*Gracias*