

Seminario

La Lógica de la Verdad

Eduardo Alejandro Barrio
Universidad de Buenos Aires
eabarrio@gmail.com

Lunes de 19 a 23 - 1er Cuatrimestre de 2014

Sitio del Seminario: Logic Group of Buenos Aires

<http://www.ba-logic.com/courses/logicaverdad>

Lecturas

Introducción:

Barrio, E *La Lógica de la Verdad* (Buenos Aires, Eudeba, 1998), *Introducción*.

Barrio, E *La Verdad Desestructurada* (Buenos Aires, Eudeba, 1998).

Tres proyectos acerca de la Verdad

Teorías semánticas de la verdad

- Qué oraciones son verdaderas?
- Qué modelos describen mejor la extensión del predicado veritativo?

Teorías axiomáticas de la verdad

- Cómo probamos una verdad?

Lógicas de la verdad

- Cómo deberíamos razonar cuando usamos el predicado veritativo?

La complejidad de la Verdad

Teoremas de Gödel de la incompletitud

Teorema de Tarski de la indefinibilidad de la verdad

La Lógica de la Verdad

La verdad como parte de una lógica

La verdad es un operador lógico

¿Qué es una lógica?

La lógica es una teoría de la noción de *consecuencia lógica*.

Transmisión de verdad

$$\Gamma \models A \quad \text{ssi} \quad \forall M \quad M(\Gamma):1 \rightarrow M(A):1$$

Formalidad

Toda substitución de las expresiones no lógicas que aparezcan en Γ y A por otras expresiones no lógicas no alteran la validez.

$Pa \rightarrow Qb$ $la \rightarrow Qb$ *Substitución uniforme de P por l [P/l]*

Pa la

Qb Qb

¿Qué es una lógica?

La noción de **consecuencia lógica**.

Formalidad

Toda substitución de las expresiones no lógicas que aparezcan en Γ y A por otras expresiones no lógicas no alteran la validez.

Consecuencia Lógica vs Consecuencia Analítica

El agua calma la sed. Por lo tanto, H₂O calma la sed.

Hay preservación de verdad sin cumplir el criterio de formalidad

¿Qué es una lógica?

La noción de **consecuencia lógica** tiene que ser completamente independiente del significado de las constantes extra-lógicas que ocurran en las premisas y conclusión.

$$\Gamma \models X$$

If in the sentences of the class Γ and in the sentence X we replace the constant terms which are not general-logical terms correspondently by arbitrary other constant terms (where we replace equiform constants everywhere by equiform constants) and in this way we obtain a new class of sentences Γ' and a new sentence X' , then the sentence X' must be true if only all sentences of the class Γ' are true.

¿Qué es una Lógica?

La lógica es una teoría de la noción de *consecuencia lógica*.

Prueba (sólo recursos lógicos)

$\Gamma \vdash A$ ssi $\exists p$ *p es una prueba de A a partir de Γ*

Reglas de inferencia (axiomas)

Pruebas:

$(Pa \rightarrow Qb, Pa) \vdash Qb$

$(Pa \vee Pb, \neg Pa) \vdash Pb$

¿Qué es una Lógica?

Términos lógicos vs términos no-lógicos

$\{\rightarrow, \vee, \neg, \wedge, \leftrightarrow, \exists, \forall\}$

$\{=, \vdash, \models\}$

$\{\Box, \text{Bel}, \text{K.}\}$

$\{\neg_{\text{int}}, \supset_{\text{no-clas}}, \text{Vrel}\}$

Expresiones no lógicas:

Constantes de individuo, Predicados, Relaciones, numerales, pertenencia, inclusión.

¿Qué es una Lógica?

Dos movimientos

- Restringir los modelos (la variación de interpretaciones)

El que una expresión funcione como “lógica” significa eliminar la posibilidad de que esté sujeta a re-interpretación.

- Agregar axiomas y/o reglas de inferencia.

El que una expresión funcione como “lógica” significa reglar su comportamiento inferencial (Reglas de introducción y de eliminación)

Slogans

La lógica es neutral acerca de su tema [Topic Neutrality]

La lógica es universal

La lógica carece de compromisos ontológicos

La lógica es insensible a las permutaciones [Permutation invariance]

¿Qué es una lógica de la verdad?

A veces razonamos usando el predicado veritativo.

¿Cuáles son los razonamientos válidos que contienen la noción de *verdad*?

Los teoremas de la aritmética son verdaderos, Las verdades aritméticas son acerca de números. Por lo tanto, los teoremas de la aritmética son acerca de números.

¿Cuáles son las verdades lógicas que contienen la noción de *verdad*?

Toda fórmula es verdadera o no lo es.

¿Cuáles son los razonamientos correctos que contienen la noción de *verdad*?

¿Qué principios podemos demostrar acerca de la noción de *verdad*?

Lenguajes Semánticamente Cerrados

- Lenguajes con suficiente poder expresivo como para capturar su propia semántica.
- Auto-referencia
- Eliminar todo tipo de jerarquía de lenguajes
- Representar su propio predicado veritativo
- Representar su propia noción de validez
- Ser naive...

¿Qué es una lógica de la verdad?

Sea L un lenguaje de primer orden.

Sea Tr un predicado monádico.

Sea $\langle A \rangle$ el nombre de la fórmula A .

Si Tr es una noción lógica, su interpretación debe quedar fija.

La extensión del predicado Tr debería ser la clase de todas las oraciones verdaderas de L .

¿Cómo usamos el predicado Tr ?

La transparencia de la Verdad

$\vdash A \rightarrow A$

$\vdash \text{Tr}('A') \rightarrow \text{Tr}('A')$

Captura: $A \Rightarrow \text{Tr}('A')$

Liberación: $\text{Tr}('A') \Rightarrow A$

Esquema-T $\text{Tr}('A') \leftrightarrow A$

La transparencia de la Verdad

“God could use only the T-free fragment of English to uniquely specify our world. We are unlike God in that respect; we need a device that enables us to overcome finite constraints in our effort to describe the world.” JC Beall

La verdad es un mecanismo de **generalización**

La verdad como un mecanismo de **generalización infinita**:

(1) Todos los teoremas de la lógica son válidos

como uno de **generalización ciega**:

(2) Todo lo que dijo Nixon sobre Watergate es verdadero.

La transparencia y la lógica

Tercer Excluido:

LEM: $\vdash A \vee \neg A$

BIV: $\vdash \text{Tr}('A') \vee \text{Tr}('\neg A')$

Principio de no contradicción

PNC: $\vdash \neg (\text{Tr}('A') \wedge \neg \text{Tr}('A'))$

Explosión:

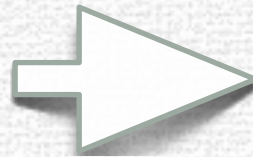
EFQ: $\text{Tr}('A') \wedge \neg \text{Tr}('A') \vdash B$

La transparencia de la Verdad

$\text{Tr}(\text{Tr}(A))$ $\text{Tr}(\text{Tr}(B))$ $\text{Tr}(\text{Tr}(C))$ $\text{Tr}(\text{Tr}(\neg D))$ $\text{Tr}(\text{Tr}(E))$
 $\text{Tr}(\text{Tr}(F))$ $\text{Tr}(\text{Tr}(\neg G))$
 $\text{Tr}(\neg \forall x (\text{Sen}(x) \wedge \text{Tr}(x)))$ $\text{Tr}(\forall x (\text{Sen}(x) \rightarrow (\text{Tr}(x) \vee \neg \text{Tr}(x))))$



$\text{Tr}(A)$ $\text{Tr}(B)$ $\text{Tr}(C)$ $\text{Tr}(\neg D)$ $\text{Tr}(E)$ $\text{Tr}(F)$ $\text{Tr}(\neg G)$
 $\neg \forall x (\text{Sen}(x) \wedge \text{Tr}(x))$ $\forall x (\text{Sen}(x) \rightarrow (\text{Tr}(x) \vee \neg \text{Tr}(x)))$



A B C $\neg D$ E F $\neg G$

La Paradoja del Mentiroso

[1]	$M \leftrightarrow \neg \text{Tr}('M')$	
[2]	$\text{Tr}('M') \vee \neg \text{Tr}('M')$	LEM
[3]	$\text{Tr}('M')$	Sup caso 1
[4]	M	Liberación de [3]
[5]	$\neg \text{Tr}('M')$	Def. M [4]
[6]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$I \wedge$ [3] [5]
[7]	$\neg \text{Tr}('M')$	Sup caso 2
[8]	M	Def. M [7]
[9]	$\text{Tr}('M')$	Captura [8]
[10]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$I \wedge$ [7] [9]
[11]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$E \vee$ [2] [6] [10]
[12]	B	EFQ [11]

La Paradoja de Curry

Curry $C \leftrightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$

Entonces

- | | |
|---|---------------------------------|
| [1] $C \rightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$ | Auto-referencia |
| [2] $C \rightarrow (C \rightarrow A)$ | [1], Transparencia de la verdad |
| [3] $(C \rightarrow (C \rightarrow A)) \rightarrow (C \rightarrow A)$ | Contracción |
| [4] $(C \rightarrow A)$ | [2], [3], Modus Ponens |
| [5] $(\text{T}('C')) \rightarrow A$ | [4], Transparencia de la verdad |
| [6] C | [5] Auto-referencia |
| [7] A | [4], [6] Modus Ponens. |

La Paradoja de Curry

Curry $C \leftrightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$

Principios básicos de los condicionales como **Modus Ponens** y **Contracción** parecen no funcionar en contextos donde el predicado veritativo es usado transparentemente.

Gracias