Seminario

La Lógica de la Verdad

Eduardo Alejandro Barrio
Universidad de Buenos Aires
eabarrio@gmail.com

Lunes de 19 a 23 - 1er Cuatrimestre de 2014

Sitio del Seminario: Logic Group of Buenos Aires

http://www.ba-logic.com/courses/logicaverdad

Definiciones circulares y Revisión de la Verdad

- La verdad debe ser circularmente definida:
  - Las definiciones son procesos (etapas sucesoras - límites).
  - Las **definiciones circulares** no son progresivas: los resultados no siempre se acumulan.
  - En un estado límite transfinito, no hay una conducta natural a seguir (diferentes políticas de bootstraping).
- **Objetivo:** evaluar en cada hipótesis inicial alternativa el comportamiento de las oraciones para determinar cuáles oraciones **se estabilizan** en la verdad sea cuál sea la hipótesis inicial.
- Hay oraciones que son **establemente (cercanamente) verdaderas** dada una hipótesis inicial (son verdaderas en un modelo)
- Hay oraciones que son **establemente (cercanamente) verdaderas** en todas las hipótesis iniciales (son verdaderas en todo modelo: son válidas).

Definiciones circulares y Revisión de la Verdad

- La verdad como **estabilidad:** V_M^* T *
- La verdad como **estabilidad cercana:** $V_M^\#$ T#

- La lógica del predicado veritativo es clásica (valen todos los principios clásicos)
- La verdad no motiva una lógica multivaluada (con gaps o gluts)
- Problema de las revanchas: ¿Hay alguna noción semántica que provoque jerarquías?
- La naturaleza de los modelos: ¿Cómo son los modelos de T* y T#?

Venganzas

Llamemos *Categórica* a toda oración que logra ser establemente verdadera o cercanamente establemente verdadera en T#.

Venganza?

No existe un predicado Ca de L+ que sea verdadero en N de todas las oraciones categóricas en T#

Mentiroso reforzado Q $\qquad$ $Q \equiv (\neg Ca(Q) \vee \neg Tr(Q))$

O bien $Q \in V^{\#}_{M}$ o bien $Q \notin V^{\#}_{M}$

En el primer caso también $Tr(Q) \in V^{\#}_{M}$ y además Q será categórica, es decir $Ca(Q) \in V^{\#}_{M}$. Pero la oración diagonal implica que $Q \notin V^{\#}_{M}$. Lo cual es absurdo!

Luego, $Q \notin V^{\#}_{M}$, es decir, o bien $\neg Q \in V^{\#}_{M}$ o bien Q no es categórica. Si lo primero sucede, $\neg Tr(Q) \in V^{\#}_{M}$. En el segundo caso, $\neg Ca(Q) \in V^{\#}_{M}$. Pero, por la oración diagonal, tenemos que $Q \in V^{\#}_{M}$ lo cual es imposible.

Q parece no poder ser expresable en el lenguaje!

Venganzas: la réplica

El concepto Ca es también circular. $Q =_{def} (\neg Ca(Q) \vee \neg Tr(Q))$

$Ca(A) =_{def}$ A es categórica en T# en M.

donde A es una oración cualquiera de L++ (resultado de extender L+ con Ca).

Requiere una hipótesis de revisión para evaluar su comportamiento.

Q oscila en las etapas de revisión (tiene un comportamiento patológico).

$$M^* =_{def} (\neg Ca(M^*) \vee \neg Tr(M^*))$$

M* oscila durante todo el proceso de revisión para Ca independientemente de la hipótesis inicial que se seleccione (hay dos tipos: M* pertenece a S (se comporta como M) o M* no pertenece a S (tampoco genera revancha).

Problema; H* (el honesto reforzado).

$$H^* =_{def} (Ca(H^*) \vee \neg Tr(H^*))$$

Puede su mal comportamiento describirse dentro de la teoría?

T# y la omega-consistencia

Una teoría omega-inconsistente prueba que 1,…,n cumplen P, pero no todos cumplen P.

Las teorías omega-inconsistentes sólo pueden tener modelos no estándar. Son consistentes (tienen modelo), pero son raras (su interpretación no puede ser la interpretación pretendida)

T# es omega-inconsistente.

¿Es $V_N^{\#}$ el conjunto que buscamos? Bajo la interpretación estándar del lenguaje de PA , los únicos objetos que pertenecen al D son los números naturales estándar. Sin embargo, esos números no pueden ser el D de la interpretación de $V_N^{\#}$

En el caso de primer orden, hay modelos no estándar que satisfacen los axiomas de PA.

En el caso de segundo orden, dado categoricidad, todos los modelos son isomórficos al modelo estándar. Por lo tanto, T# es insatisfacible.

Gracias